

\$SPAD/src/input kamke6.input

Timothy Daly

December 30, 2008

**Abstract**

This is the 301-350 of the Kamke test suite as published by E. S. Cheb-Terrab[1]. They have been rewritten using Axiom syntax. Where possible we show that the particular solution actually satisfies the original ordinary differential equation.

## Contents

```

(*)≡
)spool kamke6.output
)set break resume
)set mes auto off
)clear all

--S 1 of 120
y:=operator 'y
--R
--R
--R (1) y
--R
--R                                          Type: BasicOperator
--E 1

--S 2 of 120
--Rf:=operator 'f
--R
--R
--R (2) f
--R
--R                                          Type: BasicOperator
--E 2

--S 3 of 120
--Rg:=operator 'g
--R
--R
--R (3) g
--R
--R                                          Type: BasicOperator
--E 3

--S 4 of 120
--Rode301 := (6*x*y(x)**2+x**2)*D(y(x),x)-y(x)*(3*y(x)**2-x)
--R
--R
--R          2      2      ,          3
--R (4) (6x y(x) + x )y (x) - 3y(x) + x y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 4

--S 5 of 120
--Rsolve(ode301,y,x)
--R
--R
--R (5) "failed"

```

--R Type: Union("failed",...)  
--E 5

--S 6 of 120

--Rode302 := (x\*\*2\*y(x)\*\*2+x)\*D(y(x),x)+y(x)

--R

--R

--R (6)  $(x^2 y(x)^2 + x) y'(x) + y(x)$

--R

--R

--E 6

Type: Expression Integer

--S 7 of 120

--Rsolve(ode302,y,x)

--R

--R

--R (7) "failed"

--R

--E 7

Type: Union("failed",...)

--S 8 of 120

--Rode303 := (x\*y(x)-1)\*\*2\*x\*D(y(x),x)+(x\*\*2\*y(x)\*\*2+1)\*y(x)

--R

--R

--R (8)  $(x^3 y(x)^2 - 2x^2 y(x) + x) y'(x) + x^2 y(x)^3 + y(x)$

--R

--R

--E 8

Type: Expression Integer

--S 9 of 120

--Rsolve(ode303,y,x)

--R

--R

--R (9) "failed"

--R

--E 9

Type: Union("failed",...)

--S 10 of 120

--Rode304 := (10\*x\*\*3\*y(x)\*\*2+x\*\*2\*y(x)+2\*x)\*D(y(x),x)+5\*x\*\*2\*y(x)\*\*3+x\*y(x)\*\*2

--R

--R

--R (10)  $(10x^3 y(x)^2 + x^2 y(x) + 2x) y'(x) + 5x^2 y(x)^3 + x y(x)^2$

--R

--R Type: Expression Integer  
 --E 10

--S 11 of 120  
 --Rsolve(ode304,y,x)  
 --R  
 --R (11) "failed"  
 --R Type: Union("failed",...)  
 --E 11

--S 12 of 120  
 --Rode305 := (y(x)\*\*3-3\*x)\*D(y(x),x)-3\*y(x)+x\*\*2  
 --R  
 --R  
 --R (12)  $(y(x)^3 - 3xy'(x) - 3y(x) + x^2)$   
 --R Type: Expression Integer  
 --E 12

--S 13 of 120  
 --Ryx:=solve(ode305,y,x)  
 --R  
 --R  
 --R (13)  $\frac{3y(x)^4 - 36xy(x)^3 + 4x^3}{12}$   
 --R Type: Union(Expression Integer,...)  
 --E 13

--S 14 of 120  
 --Rode305expr := (yx\*\*3-3\*x)\*D(yx,x)-3\*yx+x\*\*2  
 --R  
 --R (14)  
 --R  $27y(x)^{15} - 1053xy(x)^{12} + 108x^3y(x)^{11} + 14580x^2y(x)^9 - 2916x^4y(x)^8$   
 --R +  $144x^6y(x)^7 - 81648x^3y(x)^6 + 23328x^5y(x)^5 - 2160x^7y(x)^4$   
 --R +  $(64x^9 + 139968x^4 - 5184x^3)y(x)^3 - 46656x^6y(x)^2 + 5184x^8y(x) - 192x^{10}$   
 --R +

```

--R          2
--R      15552x
--R      *
--R      ,
--R      y (x)
--R      +
--R          13      2      12      10      3      9      5      8
--R      - 81y(x)  + 27x y(x)  + 2916x y(x)  - 1296x y(x)  + 108x y(x)
--R      +
--R          2      7      4      6      6      5
--R      - 34992x y(x)  + 19440x y(x)  - 3024x y(x)
--R      +
--R          8      3      4      5      3      7      2
--R      (144x  + 139968x  - 1296)y(x)  - 93312x y(x)  + 20736x y(x)
--R      +
--R          9      11      3      2
--R      (- 1920x  + 31104x)y(x)  + 64x  - 6912x  + 1728x
--R      /
--R      1728
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 14

```

```

--S 15 of 120
--Rode306 := (y(x)**3-x**3)*D(y(x),x)-x**2*y(x)
--R
--R
--R          3      3      ,      2
--R      (15)  (y(x)  - x )y (x)  - x y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 15

```

```

--S 16 of 120
--Ryx:=solve(ode306,y,x)
--R
--R
--R          6      3      3
--R      y(x)  - 2x y(x)
--R      (16)  -----
--R          6
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 16

```

```

--S 17 of 120
--Rode306expr := (yx**3-x**3)*D(yx,x)-x**2*yx

```

```

--R
--R
--R (17)
--R      23      3      20      6      17      9      14      12      11
--R      y(x)  - 7x y(x)  + 18x y(x)  - 20x y(x)  + 8x y(x)
--R      +
--R      3      5      6      2
--R      - 216x y(x)  + 216x y(x)
--R      *
--R      ,
--R      y (x)
--R
--R      +
--R      2      21      5      18      8      15      11      12      2      6      5      3
--R      - x y(x)  + 6x y(x)  - 12x y(x)  + 8x y(x)  - 36x y(x)  + 288x y(x)
--R      /
--R      216
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 17

```

```

--S 18 of 120
--Rode307 := (y(x)**2+x**2+a)*y(x)*D(y(x),x)+(y(x)**2+x**2-a)*x
--R
--R
--R      3      2      ,      2      3
--R (18) (y(x)  + (x  + a)y(x))y (x) + x y(x)  + x  - a x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 18

```

```

--S 19 of 120
--Ryx:=solve(ode307,y,x)
--R
--R
--R      4      2      2      4      2
--R      y(x)  + (2x  + 2a)y(x)  + x  - 2a x
--R (19) -----
--R      4
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 19

```

```

--S 20 of 120
--Rode307expr := (yx**2+x**2+a)*yx*D(yx,x)+(yx**2+x**2-a)*x
--R
--R
--R (20)

```

$$\begin{aligned}
& y(x)^{15} + (7x^2 + 7a)y(x)^{13} + (21x^4 + 30ax^2 + 18a^2)y(x)^{11} \\
& + (35x^6 + 45ax^4 + 30a^2x^2 + 20a^3)y(x)^9 \\
& + (35x^8 + 20a^6x^6 - 12a^2x^4 + (-16a^3 + 16)x^2 + 8a^4 + 16a)y(x)^7 \\
& + (21x^{10} - 15a^8x^8 - 36a^2x^6 + (-24a^3 + 48)x^4 + (-24a^4 + 96a)x^2 + 48a^2)y(x)^5 \\
& + (7x^{12} - 18a^{10}x^{10} - 6a^2x^8 + (16a^3 + 48)x^6 + (24a^4 + 80a)x^4 + 64a^2x^2 + 32a^3)y(x)^3 \\
& + (x^{14} - 5a^{12}x^{12} + 6a^{20}x^{10} + (4a^3 + 16)x^8 - 8a^4x^6 - 48a^2x^4 - 32a^3x^2)y(x) \\
& * y'(x) \\
& + x^4 y(x)^{14} + (7x^3 + 5ax^2)y(x)^{12} + (21x^5 + 18ax^3 + 6a^2x)y(x)^{10} \\
& + (35x^7 + 15a^5x^5 - 6a^2x^3 + (-4a^3 + 4)x)y(x)^8 \\
& + (35x^9 - 20a^7x^7 - 36a^2x^5 + (-16a^3 + 32)x^3 + (-8a^4 + 32a)x)y(x)^6 \\
& + (21x^{11} - 45a^9x^9 - 12a^2x^7 + (24a^3 + 72)x^5 + (24a^4 + 80a)x^3 + 32a^2x)y(x)^4
\end{aligned}$$



```

--R      13      11      2 9      3      7      4 5      2 3      3      2
--R      (7x  - 30a x  + 30a x  + (16a  + 64)x  - 24a x  - 96a x  - 32a x)y(x)
--R      +
--R      15      13      2 11      3      9      4      7      3      3
--R      x  - 7a x  + 18a x  + (- 20a  + 20)x  + (8a  - 48a)x  + (32a  + 64)x
--R      +
--R      - 64a x
--R      /
--R      64
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 20

```

```

--S 21 of 120
--Rode308 := 2*y(x)**3*D(y(x),x)+x*y(x)**2
--R
--R
--R      3 ,      2
--R      (21) 2y(x) y (x) + x y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 21

```

```

--S 22 of 120
--Ryx:=solve(ode308,y,x)
--R
--R
--R      2      2
--R      2y(x)  + x
--R      (22) -----
--R      2
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 22

```

```

--S 23 of 120
--Rode308expr := 2*yx**3*D(yx,x)+x*yx**2
--R
--R
--R      (23)
--R      7      2      5      4      3      6      ,      6
--R      (16y(x)  + 24x y(x)  + 12x y(x)  + 2x y(x))y (x) + 8x y(x)
--R
--R      +
--R      3      4      5      3      2      7      5
--R      (12x  + 4x)y(x)  + (6x  + 4x )y(x)  + x  + x
--R      /
--R      4

```

--R Type: Expression Integer  
 --E 23

--S 24 of 120  
 --Rode309 := (2\*y(x)\*\*3+y(x))\*D(y(x),x)-2\*x\*\*3-x

--R  
 --R  
 --R (24)  $(2y(x)^3 + y(x))y'(x) - 2x^3 - x$

--R Type: Expression Integer  
 --E 24

--S 25 of 120  
 --Ryx:=solve(ode309,y,x)

--R  
 --R  
 --R (25)  $\frac{y(x)^4 + y(x)^2 - x^4 - x^2}{2}$

--R Type: Union(Expression Integer,...)  
 --E 25

--S 26 of 120  
 --Rode309expr := (2\*yx\*\*3+yx)\*D(yx,x)-2\*x\*\*3-x

--R  
 --R (26)

$$\begin{aligned}
 & 2y(x)^{15} + 7y(x)^{13} + (-6x^4 - 6x^2 + 9)y(x)^{11} \\
 & + (-15x^4 - 15x^2 + 5)y(x)^9 + (6x^8 + 12x^6 - 6x^4 - 12x^2 + 5)y(x)^7 \\
 & + (9x^8 + 18x^6 + 6x^4 - 3x^2 + 6)y(x)^5 \\
 & + (-2x^{12} - 6x^{10} - 3x^8 + 4x^6 - x^4 - 4x^2 + 2)y(x)^3 \\
 & + (-x^{12} - 3x^{10} - 3x^8 - x^6 - 2x^4 - 2x^2)y(x)
 \end{aligned}$$

--R \*  
 --R ,  
 --R y(x)

```

--R
--R +
--R      3      12      3      10      7      5      3      8
--R      (- 2x  - x)y(x)  + (- 6x  - 3x)y(x)  + (6x  + 9x  - 3x  - 3x)y(x)
--R +
--R      7      5      3      6      11      9      7      5      3      4
--R      (12x  + 18x  + 4x  - x)y(x)  + (- 6x  - 15x  - 6x  + 6x  - x  - 2x)y(x)
--R +
--R      11      9      7      5      3      2      15      13      11      9
--R      (- 6x  - 15x  - 12x  - 3x  - 4x  - 2x)y(x)  + 2x  + 7x  + 9x  + 5x
--R +
--R      7      5      3
--R      5x  + 6x  - 6x  - 4x
--R /
--R 4
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 26

```

```

--S 27 of 120
--Rode310 := (2*y(x)**3+5*x**2*y(x))*D(y(x),x)+5*x*y(x)**2+x**3
--R
--R
--R      3      2      ,      2      3
--R      (27) (2y(x)  + 5x y(x))y'(x) + 5x y(x)  + x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 27

```

```

--S 28 of 120
--Ryx:=solve(ode310,y,x)
--R
--R
--R      4      2      2      4
--R      2y(x)  + 10x y(x)  + x
--R      (28) -----
--R              4
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 28

```

```

--S 29 of 120
--Rode310expr := (2*yx**3+5*x**2*yx)*D(yx,x)+5*x*yx**2+x**3
--R
--R
--R      (29)
--R      15      2      13      4      11      6      9
--R      16y(x)  + 280x y(x)  + 1824x y(x)  + 5300x y(x)

```

```

--R      +
--R      8      2      7      10      4      5
--R      (6212x  + 160x )y(x) + (1590x  + 1200x )y(x)
--R      +
--R      12      6      3      14      8
--R      (152x  + 2080x )y(x) + (5x  + 200x )y(x)
--R      *
--R      ,
--R      y (x)
--R      +
--R      14      3      12      5      10      7      8
--R      40x y(x)  + 608x y(x)  + 3180x y(x)  + (6212x  + 40x)y(x)
--R      +
--R      9      3      6      11      5      4      13      7      2
--R      (2650x  + 800x )y(x) + (456x  + 3120x )y(x) + (35x  + 800x )y(x)
--R      +
--R      15      9      3
--R      x  + 50x  + 32x
--R      /
--R      32
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 29

```

```

--S 30 of 120
--Rode311 := (20*y(x)**3-3*x*y(x)**2+6*x**2*y(x)+3*x**3)*D(y(x),x)-
--R      y(x)**3+6*x*y(x)**2+9*x**2*y(x)+4*x**3
--R
--R
--R      (30)
--R      3      2      2      3      3      2      2      3
--R      (20y(x)  - 3x y(x)  + 6x y(x) + 3x )y (x) - y(x)  + 6x y(x)  + 9x y(x) + 4x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 30

```

```

--S 31 of 120
--Ryx:=solve(ode311,y,x)
--R
--R
--R      4      3      2      2      3      4
--R      (31) 5y(x)  - x y(x)  + 3x y(x)  + 3x y(x) + x
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 31

```

```

--S 32 of 120

```

```

--Rode311expr := (20*yx**3-3*x*yx**2+6*x**2*yx+3*x**3)*D(yx,x)-
--R
--R
--R
--R (32)
--R
--R      15      14      2 13      3 12
--R      50000y(x) - 37500x y(x) + 115500x y(x) + 37700x y(x)
--R
--R      +
--R      4      11      5 2 10
--R      (67860x - 1500x)y(x) + (111540x + 825x )y(x)
--R
--R      +
--R      6      3 9      7 4 8
--R      (90600x - 2400x )y(x) + (72720x - 1206x )y(x)
--R
--R      +
--R      8      5 2 7      9 6 3 6
--R      (71880x - 1032x + 600x )y(x) + (52080x - 1554x - 210x )y(x)
--R
--R      +
--R      10      7 4 5      11 8 5 4
--R      (29880x - 1206x + 558x )y(x) + (17100x - 630x + 360x )y(x)
--R
--R      +
--R      12      9 6 3 3
--R      (8860x - 420x + 156x + 60x )y(x)
--R
--R      +
--R      13      10 7 4 2
--R      (3180x - 234x + 144x - 9x )y(x)
--R
--R      +
--R      14      11 8 5      15 12 9 6
--R      (660x - 72x + 90x + 18x )y(x) + 60x - 9x + 18x + 9x
--R
--R      *
--R      ,
--R      y (x)
--R
--R      +
--R      15      14      2 13      3 12
--R      - 2500y(x) + 16500x y(x) + 8700x y(x) + (22620x - 125)y(x)
--R
--R      +
--R      4      11      5 2 10      6 3 9
--R      (50700x + 150x)y(x) + (54360x - 720x )y(x) + (56560x - 536x )y(x)
--R
--R      +
--R      7      4 8      8 5 2 7
--R      (71880x - 645x + 150x)y(x) + (66960x - 1332x - 90x )y(x)
--R
--R      +
--R      9      6 3 6      10 7 4 5
--R      (49800x - 1407x + 372x )y(x) + (37620x - 1008x + 360x )y(x)
--R
--R      +
--R      11      8 5 2 4

```

```

--R      (26580x12 - 945x9 + 234x6 + 45x3)y(x)
--R +
--R      (13780x12 - 780x9 + 336x6 - 12x3)y(x)
--R +
--R      (4620x13 - 396x10 + 360x7 + 45x4)y(x)
--R +
--R      (900x14 - 108x11 + 162x8 + 54x5)y(x) + 80x15 - 13x12 + 30x9 + 21x6 + 4x3
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 32

```

```

--S 33 of 120
--Rode312 := (y(x)**2/b+x**2/a)*(y(x)*D(y(x),x)+x)+((a-b)/(a+b))*_
--R      (y(x)*D(y(x),x)-x)
--R
--R
--R (33)
--R      (a2b + a3)y(x)2 + ((b2 + a2b)x2 - a2b2 + a2b)y(x)y'(x) ,
--R
--R +
--R      (a2b + a2)x y(x)2 + (b3 + a2b)x3 + (a2b2 - a2b)x
--R /
--R      a2b + a2b
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 33

```

```

--S 34 of 120
--Rsolve(ode312,y,x)
--R
--R
--R (34) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 34

```

```

--S 35 of 120
--Rode313 := (2*a*y(x)**3+3*a*x*y(x)**2-b*x**3+c*x**2)*D(y(x),x)-_
--R      a*y(x)**3+c*y(x)**2+3*b*x**2*y(x)+2*b*x**3
--R
--R
--R (35)
--R      3      2      3      2      ,      3      2      2

```

```

--R      (2a y(x) + 3a x y(x) - b x + c x )y (x) - a y(x) + c y(x) + 3b x y(x)
--R
--R      +
--R      3
--R      2b x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 35

```

```

--S 36 of 120
--Rsolve(ode313,y,x)
--R
--R
--R      (36) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 36

```

```

--S 37 of 120
--Rode314 := x*y(x)**3*D(y(x),x)+y(x)**4-x*sin(x)
--R
--R
--R      3 ,      4
--R      (37) x y(x) y (x) - x sin(x) + y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 37

```

```

--S 38 of 120
--Ryx:=solve(ode314,y,x)
--R
--R
--R      3      4      2      4      4
--R      (- 16x + 96x)sin(x) + (4x - 48x + 96)cos(x) + x y(x)
--R      (38) -----
--R                                          4
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 38

```

```

--S 39 of 120
--Rode314expr := x*yx**3*D(yx,x)+yx**4-x*sin(x)
--R
--R
--R      (39)
--R      14      12      10      8      3      3
--R      (- 16384x + 294912x - 1769472x + 3538944x )y(x) sin(x)
--R      +
--R      15      13      11      9      7

```

```

--R      (12288x15 - 294912x13 + 2506752x11 - 8847360x9 + 10616832x7)
--R      *
--R      3
--R      y(x) cos(x)
--R      +
--R      15      13      11      7
--R      (3072x15 - 36864x13 + 110592x11)y(x)
--R      *
--R      2
--R      sin(x)
--R      +
--R      16      14      12      10      8
--R      - 3072x16 + 92160x14 - 1032192x12 + 5308416x10 - 12386304x8
--R      +
--R      6
--R      10616832x
--R      *
--R      3      2
--R      y(x) cos(x)
--R      +
--R      16      14      12      10      7
--R      (- 1536x16 + 27648x14 - 147456x12 + 221184x10)y(x) cos(x)
--R      +
--R      16      14      11
--R      (- 192x16 + 1152x14)y(x)
--R      *
--R      sin(x)
--R      +
--R      17      15      13      11      9      7
--R      256x17 - 9216x15 + 129024x13 - 884736x11 + 3096576x9 - 5308416x7
--R      +
--R      5
--R      3538944x
--R      *
--R      3      3
--R      y(x) cos(x)
--R      +
--R      17      15      13      11      9      7      2
--R      (192x17 - 4608x15 + 36864x13 - 110592x11 + 110592x9)y(x) cos(x)
--R      +
--R      17      15      13      11      17      15
--R      (48x17 - 576x15 + 1152x13)y(x) cos(x) + 4x17 y(x)
--R      *
--R      ,
--R      y (x)
--R

```



$$\begin{aligned}
& + \left( 16384x^{14} - 229376x^{12} + 196608x^{10} + 10616832x^8 - 56623104x^6 \right. \\
& + 84934656x^4 \left. \right) \sin^4(x) \\
& + \left( -12288x^{15} + 229376x^{13} - 540672x^{11} - 13959168x^9 + 116785152x^7 \right. \\
& + \left. -339738624x^5 + 339738624x^3 \right) \cos(x) \\
& + \left( -3072x^{15} + 4096x^{13} + 479232x^{11} - 3538944x^9 + 7077888x^7 \right) y(x) \sin^3(x) \\
& + \left( 3072x^{16} - 67584x^{14} + 147456x^{12} + 7372800x^{10} - 79626240x^8 \right. \\
& + \left. 343277568x^6 - 679477248x^4 + 509607936x^2 \right) \cos^2(x) \\
& + \left( 1536x^{16} - 3072x^{14} - 442368x^{12} + 4792320x^{10} - 17694720x^8 \right. \\
& + \left. 21233664x^6 \right) y(x) \cos^4(x) \\
& + \left( 192x^{16} + 3456x^{14} - 55296x^{12} + 165888x^{10} \right) y(x) \cos^2(x)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sin(x) \\
& + \\
& \quad - 256x^{17} + 5120x^{15} + 43008x^{13} - 2064384x^{11} + 23445504x^9 \\
& \quad + \\
& \quad - 129171456x^7 + 378667008x^5 - 566231040x^3 + 339738624x \\
& * \\
& \quad \cos(x) \\
& + \\
& \quad - 192x^{17} - 1536x^{15} + 147456x^{13} - 1953792x^{11} + 10506240x^9 \\
& \quad + \\
& \quad - 24772608x^7 + 21233664x^5 \\
& * \\
& \quad y(x) \cos(x) \\
& + \\
& \quad (- 48x^{17} - 1728x^{15} + 40320x^{13} - 221184x^{11} + 331776x^9) y(x) \cos(x) \\
& + \\
& \quad (- 4x^{17} - 256x^{15} + 1536x^{13}) y(x) - 256x^{12} \\
& * \\
& \sin(x) \\
& + \\
& \quad 256x^{16} - 12288x^{14} + 245760x^{12} - 2654208x^{10} + 16809984x^8 - 63700992x^6 \\
& + \\
& \quad 141557760x^4 - 169869312x^2 + 84934656 \\
& * \\
& \quad \cos(x) \\
& + \\
& \quad 512x^{16} - 18432x^{14} + 258048x^{12} - 1769472x^{10} + 6193152x^8 - 10616832x^6 \\
& + \\
& \quad 7077888x^4 \\
& * \\
& \quad y(x) \cos(x) \\
& +
\end{aligned}$$

```

--R      16      14      12      10      8      8      2
--R      (288x  - 6912x  + 55296x  - 165888x  + 165888x )y(x) cos(x)
--R      +
--R      16      14      12      12      16      16
--R      (64x  - 768x  + 1536x  )y(x) cos(x) + 5x  y(x)
--R      /
--R      256
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 39

```

```

--S 40 of 120
--Rode315 := (2*x*y(x)**3-x**4)*D(y(x),x)-y(x)**4+2*x**3*y(x)
--R
--R
--R      3      4      ,      4      3
--R      (40) (2x y(x) - x )y (x) - y(x)  + 2x y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 40

```

```

--S 41 of 120
--Rsolve(ode315,y,x)
--R
--R
--R      (41) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 41

```

```

--S 42 of 120
--Rode316 := (2*x*y(x)**3+y(x))*D(y(x),x)+2*y(x)**2
--R
--R
--R      3      ,      2
--R      (42) (2x y(x) + y(x))y (x) + 2y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 42

```

```

--S 43 of 120
--Ryx:=solve(ode316,y,x)
--R
--R
--R      2
--R      y(x)
--R      -----
--R      2      y(x)  2

```

```

--R      4x %e      + Ei(-----)
--R      2
--R (43) -----
--R      2
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 43

```

--S 44 of 120

```
--Rode316expr := (2*x*yx**3+yx)*D(yx,x)+2*yx**2
```

```

--R
--R (44)
--R      2 4      2 3
--R      y(x)      y(x)
--R      -----      -----
--R      5 2      4 2      4 2      3 y(x)      2 y(x)
--R      (128x y(x) + 64x )(%e ) + (96x y(x) + 48x )Ei(-----)(%e )
--R      2
--R
--R      +
--R
--R      2 2      2 2      2 2
--R      y(x)
--R      -----
--R      3 2      2 y(x)      2 2      2
--R      ((24x y(x) + 12x )Ei(-----) + 16x y(x) + 8x)(%e )
--R      2
--R
--R      +
--R
--R      2 3      2 2      2 2
--R      y(x)      y(x)
--R      -----      -----
--R      ((2x y(x) + x)Ei(-----) + (4x y(x) + 2)Ei(-----))%e
--R      2      2
--R
--R      *
--R
--R      ,
--R      y'(x)
--R
--R      +
--R
--R      2 4      2 3
--R      y(x)      y(x)
--R      -----      -----
--R      4 2      3 y(x)      2
--R      128x y(x)(%e ) + 96x y(x)Ei(-----)(%e )
--R      2
--R
--R      +
--R
--R      2 2
--R      y(x)

```

```

--R
--R      2 2      2 2      -----
--R      2      y(x)      2      2
--R      (24x y(x)Ei(-----) + (32x + 16x)y(x))(%e      )
--R      2
--R      +
--R
--R      2      2      2      2
--R      y(x)      y(x)      y(x)      2
--R      2 3      2      -----      2 2
--R      (2x y(x)Ei(-----) + (16x + 4)y(x)Ei(-----))%e      + 2y(x)Ei(-----)
--R      2      2      2
--R      /
--R      4y(x)
--R
--R      Type: Expression Integer
--E 44

```

```

--S 45 of 120
--Rode317 := (2*x*y(x)**3+x*y(x)+x**2)*D(y(x),x)+y(x)**2-x*y(x)
--R
--R
--R      3      2      2
--R      (45) (2x y(x) + x y(x) + x )y (x) + y(x) - x y(x)
--R
--R      Type: Expression Integer
--E 45

```

```

--S 46 of 120
--Rsolve(ode317,y,x)
--R
--R
--R      (46) "failed"
--R
--R      Type: Union("failed",...)
--E 46

```

```

--S 47 of 120
--Rode318 := (3*x*y(x)**3-4*x*y(x)+y(x))*D(y(x),x)+y(x)**2*(y(x)**2-2)
--R
--R
--R      3      4      2
--R      (47) (3x y(x) + (- 4x + 1)y(x))y (x) + y(x) - 2y(x)
--R
--R      Type: Expression Integer
--E 47

```

```

--S 48 of 120
--Ryx:=solve(ode318,y,x)

```

```

--R
--R
--R (48)
--R
--R          +-----+
--R          4      2      |  2      5      3
--R      (- x y(x) + (2x - 1)y(x) + 2)\|y(x) - 2 + x y(x) + (- 2x + 1)y(x)
--R      +
--R      - 2y(x)
--R      /
--R          +-----+
--R          |  2      2
--R      y(x)\|y(x) - 2 - y(x) + 2
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 48

```

```

--S 49 of 120
--Rode318expr := (3*x*yx**3-4*x*yx+yx)*D(yx,x)+yx**2*(yx**2-2)
--R
--R
--R (49)
--R          5      11      5      4      9      5      4      3      7
--R      9x y(x) + (- 30x + 30x )y(x) + (24x - 96x + 36x )y(x)
--R      +
--R          4      3      2      5      3      2      3
--R      (72x - 120x + 21x )y(x) + (88x - 68x + 7x)y(x)
--R      +
--R          2
--R      (40x - 14x + 1)y(x)
--R      *
--R      ,
--R      y (x)
--R      +
--R          4      12      4      3      10      4      3      2      8
--R      4x y(x) + (- 16x + 13x )y(x) + (16x - 52x + 15x )y(x)
--R      +
--R          3      2      6      2      4      2
--R      (52x - 66x + 8x)y(x) + (72x - 38x + 2)y(x) + (44x - 8)y(x) + 8
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 49

```

```

--S 50 of 120
--Rode319 := (7*x*y(x)**3+y(x)-5*x)*D(y(x),x)+y(x)**4-5*y(x)
--R
--R
--R          3      ,      4

```

```

--R (50) (7x y(x) + y(x) - 5x)y (x) + y(x) - 5y(x)
--R
--R Type: Expression Integer
--E 50

```

```

--S 51 of 120
--Ryx:=solve(ode319,y,x)
--R
--R
--R
--R
--R (51) 
$$\frac{10x^7 y(x)^7 + 2y(x)^5 - 100x^4 y(x)^4 - 25y(x)^2 + 250x^2 y(x)}{10}$$

--R
--R Type: Union(Expression Integer,...)
--E 51

```

```

--S 52 of 120
--Rode319expr := (7*x*yx**3+yx-5*x)*D(yx,x)+yx**4-5*yx
--R
--R
--R (52)
--R
--R 
$$\begin{aligned} & 490000x^5 y(x)^{27} + 364000x^4 y(x)^{25} - 17500000x^5 y(x)^{24} + 100800x^3 y(x)^{23} \\ & + 13685000x^4 y(x)^{22} + (269500000x^5 + 12320x^2)y(x)^{21} - 3969000x^3 y(x)^{20} \\ & + (210000000x^4 + 560x^{19})y(x)^5 + (-2327500000x^5 - 505400x^2)y(x)^{18} \\ & + 60952500x^3 y(x)^{17} + (-1710625000x^4 - 23800x)y(x)^{16} \\ & + (12250000000x^5 + 7784000x^2)y(x)^{15} - 464625000x^3 y(x)^{14} \\ & + (7962500000x^4 + 70000x^2 + 367500x)y(x)^{13} \\ & + (-39812500000x^5 - 55168750x^2)y(x)^{12} + (1842750000x^3 + 24000x)y(x)^{11} \\ & + (-20934375000x^4 - 1100000x^2 - 2406250x)y(x)^{10} \\ & + \dots \end{aligned}$$

--R
--R

```

$$\begin{aligned}
& (7656250000x^3 + 175000000x^2 + 2000)y(x) \\
& + (-3543750000x^3 - 405000x^8)y(x) \\
& + (28000000000x^4 + 6000000x^2 + 5468750x)y(x) \\
& + (-76562500000x^5 - 191756250x^2 - 35000)y(x) \\
& + (2460937500x^3 + 1800000x^5)y(x) \\
& + (-13671875000x^4 - 12500000x^2 - 50000x)y(x) \\
& + (27343750000x^5 + 2000000x^2 + 125000)y(x) - 1875000x^2 y(x) \\
& + (6250000x^2 + 250000x)y(x) - 1250000x^2 \\
& * y(x) \\
& + 80000x^4 y(x)^{28} + 50000x^3 y(x)^{26} - 3200000x^4 y(x)^{25} + 10800x^2 y(x)^{24} \\
& - 2125000x^3 y(x)^{23} + (56000000x^4 + 880x)y(x)^{22} - 486000x^2 y(x)^{21} \\
& + (37500000x^3 + 16)y(x)^{20} + (-560000000x^4 - 41800x)y(x)^{19} \\
& + 8707500x^2 y(x)^{18} + (-359375000x^3 - 800)y(x)^{17} \\
& + (35000000000x^4 + 764500x)y(x)^{16} - 79650000x^2 y(x)^{15} \\
& + (2031250000x^3 + 10000x + 15000)y(x)^{14} \\
& + 4^{13} 2^2 12
\end{aligned}$$



```

--R      3      11
--R      (- 14000000000x - 6668750x)y(x) + (394875000x + 2000)y(x)
--R      +
--R      3      11
--R      (- 6796875000x - 200000x - 125000)y(x)
--R      +
--R      4      10      2      9
--R      (35000000000x + 27500000x)y(x) + (- 1012500000x - 45000)y(x)
--R      +
--R      3      8
--R      (12500000000x + 1500000x + 390625)y(x)
--R      +
--R      4      7      2      6
--R      (- 50000000000x - 43068750x)y(x) + (1054687500x + 300000)y(x)
--R      +
--R      3      5
--R      (- 9765625000x - 5000000x - 10000)y(x)
--R      +
--R      4      4      3      2
--R      (31250000000x + 1000000x)y(x) - 625000y(x) + (6250000x + 125000)y(x)
--R      +
--R      - 2500000x y(x)
--R      /
--R      10000
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 52

```

```

--S 53 of 120
--Rode320 := (x**2*y(x)**3+x*y(x))*D(y(x),x)-1
--R
--R
--R      2      3
--R      (x y(x) + x y(x))y'(x) - 1
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 53

```

```

--S 54 of 120
--Rsolve(ode320,y,x)
--R
--R
--R      (54) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 54

```

```

--S 55 of 120
--Rode321 := (2*x**2*y(x)**3+x**2*y(x)**2-2*x)*D(y(x),x)-2*y(x)-1

```

```

--R
--R
--R      2 3 2 2
--R      (55) (2x y(x) + x y(x) - 2x)y (x) - 2y(x) - 1
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 55

```

```

--S 56 of 120
--Rsolve(ode321,y,x)
--R
--R
--R      (56) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 56

```

```

--S 57 of 120
--Rode322 := (10*x**2*y(x)**3-3*y(x)**2-2)*D(y(x),x)+5*x*y(x)**4+x
--R
--R
--R      2 3 2 4
--R      (57) (10x y(x) - 3y(x) - 2)y (x) + 5x y(x) + x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 57

```

```

--S 58 of 120
--Ryx:=solve(ode322,y,x)
--R
--R
--R      2 4 3 2
--R      5x y(x) - 2y(x) - 4y(x) + x
--R      (58) -----
--R                      2
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 58

```

```

--S 59 of 120
--Rode322expr := (10*x**2*yx**3-3*yx**2-2)*D(yx,x)+5*x*yx**4+x
--R
--R
--R      (59)
--R      10 15 8 14 6 13
--R      25000x y(x) - 37500x y(x) + 21000x y(x)
--R      +
--R      8 4 12 10 6 2 11

```

```

--R      8      4      10      6      2      9
--R      (- 65000x  - 5200x )y(x)  + (15000x  + 69000x  + 480x )y(x)
--R      +
--R      8      4      10      6      2      9
--R      (- 16500x  - 23100x )y(x)  + (66000x  + 2000x )y(x)
--R      +
--R      8      4      8      10      6      2      7
--R      (- 27000x  - 38520x  + 144)y(x)  + (3000x  + 18000x  + 3840x )y(x)
--R      +
--R      8      4      6      6      2      5
--R      (- 2100x  - 24920x  + 672)y(x)  + (14760x  + 4656x )y(x)
--R      +
--R      8      4      4      10      6      2      3
--R      (- 3000x  - 3600x  + 960)y(x)  + (200x  + 840x  + 1856x )y(x)
--R      +
--R      8      4      2      6      2      8      4
--R      (- 60x  - 1884x  + 480)y(x)  + (480x  - 192x )y(x) - 40x  + 24x  + 64
--R      *
--R      ,
--R      y (x)
--R      +
--R      9      16      7      15      5      14      7      3      13
--R      15625x y(x)  - 20000x y(x)  + 9000x y(x)  + (- 40000x  - 1600x )y(x)
--R      +
--R      9      5      12      7      3      11
--R      (12500x  + 34500x  + 80x)y(x)  + (- 12000x  - 8400x )y(x)
--R      +
--R      5      10      7      3      9
--R      (39600x  + 400x)y(x)  + (- 24000x  - 17120x )y(x)
--R      +
--R      9      5      8      7      3      7
--R      (3750x  + 13500x  + 960x)y(x)  + (- 2400x  - 14240x )y(x)
--R      +
--R      5      6      7      3      5
--R      (14760x  + 1552x)y(x)  + (- 4800x  - 2880x )y(x)
--R      +
--R      9      5      4      7      3      3
--R      (500x  +1260x  + 928x)y(x)  + (- 160x  - 2512x )y(x)
--R      +
--R      5      2      7      3      9      5
--R      (1440x  - 192x)y(x)  + (- 320x  + 96x )y(x) + 25x  - 12x  - 16x
--R      /
--R      16
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 59

```

```

--S 60 of 120
--Rode323 := (a*x*y(x)**3+c)*x*D(y(x),x)+(b*x**3*y(x)+c)*y(x)
--R
--R
--R      2      3      ,      3      2
--R (60) (a x y(x) + c x)y (x) + b x y(x) + c y(x)
--R
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 60

```

```

--S 61 of 120
--Rsolve(ode323,y,x)
--R
--R
--R (61) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 61

```

```

--S 62 of 120
--Rode324 := (2*x**3*y(x)**3-x)*D(y(x),x)+2*x**3*y(x)**3-y(x)
--R
--R
--R      3      3      ,      3      3
--R (62) (2x y(x) - x)y (x) + 2x y(x) - y(x)
--R
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 62

```

```

--S 63 of 120
--Rsolve(ode324,y,x)
--R
--R
--R (63) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 63

```

```

--S 64 of 120
--Rode325 := y(x)*(y(x)**3-2*x**3)*D(y(x),x)+(2*y(x)**3-x**3)*x
--R
--R
--R      4      3      ,      3      4
--R (64) (y(x) - 2x y(x))y (x) + 2x y(x) - x
--R
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 64

```

```

--S 65 of 120
--Rsolve(ode325,y,x)
--R
--R
--R (65) "failed"
--R
--R                                         Type: Union("failed",...)
--E 65

--S 66 of 120
--Rode326 := y(x)*((a*y(x)+b*x)**3+b*x**3)*D(y(x),x)+x*((a*y(x)+b*x)**3+a*y(x)**3)
--R
--R
--R (66)
--R      3      4      2      3      2 2      2      3      3      ,
--R      (a y(x)  + 3a b x y(x)  + 3a b x y(x)  + (b  + b)x y(x))y'(x)
--R
--R +
--R      3      3      2 2      2      2 3      3 4
--R      (a  + a)x y(x)  + 3a b x y(x)  + 3a b x y(x)  + b x
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 66

--S 67 of 120
--Rsolve(ode326,y,x)
--R
--R
--R (67) "failed"
--R
--R                                         Type: Union("failed",...)
--E 67

--S 68 of 120
--Rode327 := (x*y(x)**4+2*x**2*y(x)**3+2*y(x)+x)*D(y(x),x)+y(x)**5+y(x)
--R
--R
--R      4      2      3      ,      5
--R (68) (x y(x)  + 2x y(x)  + 2y(x) + x)y'(x) + y(x)  + y(x)
--R
--R                                         Type: Expression Integer
--E 68

--S 69 of 120
--Rsolve(ode327,y,x)
--R
--R
--R (69) "failed"
--R
--R                                         Type: Union("failed",...)

```

```

--E 69

--S 70 of 120
--Rode328 := a*x**2*y(x)**n*D(y(x),x)-2*x*D(y(x),x)+y(x)
--R
--R
--R      2      n
--R      (70) (a x y(x) - 2x)y (x) + y(x)
--R
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 70

--S 71 of 120
--Rsolve(ode328,y,x)
--R
--R
--R      (71) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 71

--S 72 of 120
--Rode329 := y(x)**m*x**n*(a*x*D(y(x),x)+b*y(x))+alpha*x*D(y(x),x)+beta*y(x)
--R
--R
--R      n      m      ,      n      m
--R      (72) (a x x y(x) + alpha x)y (x) + b y(x)x y(x) + beta y(x)
--R
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 72

--S 73 of 120
--Rsolve(ode329,y,x)
--R
--R
--R      (73) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 73

--S 74 of 120
--Rode330 := (f(x+y(x))+1)*D(y(x),x)+f(x+y(x))
--R
--R
--R
--R      (74) (f(y(x) + x) + 1)y (x) + f(y(x) + x)
--R
--R
--R                                          Type: Expression Integer

```

```
--E 74

--S 75 of 120
--Rsolve(ode330,y,x)
--R
--R
--R >> Error detected within library code:
--R Sorry - cannot handle that integrand yet
--R
--R Continuing to read the file...
--R
--E 75
```

I have no idea what to do with this

```
ode331 := D(y(x),x)*convert([sum(f[nu](x)*y(x)**nu,'nu'=1..p)],'+')-
      convert([sum(g[nu](x)*y(x)**nu,'nu'=1..q)],'+')
```

<\*)+≡

--R

--S 76 of 120

```
--Rode333 := (2*x**(5/2)*y(x)**(3/2)+x**2*y(x)-x)*D(y(x),x)-
      x**(3/2)*y(x)**(5/2)+x*y(x)**2-y(x)
```

--R

--R

--R (75)

$$(2x^2 y(x) \sqrt{x} \sqrt{y(x)} + x^2 y(x) - x) y'(x) - x y(x) \sqrt{x} \sqrt{y(x)} + x^2 y(x) - y(x)$$

--R

Type: Expression Integer

--E 76

--S 77 of 120

```
--Rsolve(ode333,y,x)
```

--R

--R

--R (76) "failed"

Type: Union("failed",...)

--E 77

--S 78 of 120

```
--Rode334 := (sqrt(y(x)+x)+1)*D(y(x),x)+1
```

--R

--R

$$(77) (\sqrt{y(x) + x} + 1) y'(x) + 1$$

--R

Type: Expression Integer

--E 78

--S 79 of 120

```
--Rsolve(ode334,y,x)
```

--R

--R

--R (78) "failed"

Type: Union("failed",...)

--E 79

--S 80 of 120

```
--Rode335 := sqrt(y(x)**2-1)*D(y(x),x)-sqrt(x**2-1)
```



```

--R
--R
--R      +-----+      +-----+
--R      | 2      ,      | 2
--R (79) \|y(x) - 1 y(x) - \|x - 1
--R
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 80

--S 81 of 120
--Ryx:=solve(ode335,y,x)
--R
--R
--R (80)
--R      +-----+      +-----+
--R      | 2      2      | 2
--R      (4x y(x)\|x - 1 + (- 4x + 2)y(x))\|y(x) - 1
--R      +
--R      +-----+
--R      2      | 2      2      2      2
--R      (- 4x y(x) + 2x)\|x - 1 + (4x - 2)y(x) - 2x + 1
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      log(\|y(x) - 1 - y(x))
--R      +
--R      +-----+      +-----+
--R      | 2      2      | 2
--R      (- 4x y(x)\|x - 1 + (4x - 2)y(x))log(\|x - 1 - x)
--R      +
--R      +-----+
--R      3      3      | 2      2      3
--R      (- 4x y(x) + 4x y(x))\|x - 1 + (4x - 2)y(x)
--R      +
--R      4      2
--R      (- 4x + 2x + 1)y(x)
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|y(x) - 1
--R      +
--R      +-----+      +-----+
--R      2      | 2      2      2      2      | 2
--R      ((4x y(x) - 2x)\|x - 1 + (- 4x + 2)y(x) + 2x - 1)log(\|x - 1 - x)
--R      +
--R      +-----+

```

```

--R      4      3      2      3      | 2      2      4
--R      (4x y(x) + (- 4x - 2x)y(x) + 2x - x)\|x - 1 + (- 4x + 2)y(x)
--R      +
--R      4      2      4      2
--R      (4x - 2)y(x) - 2x + 2x
--R      /
--R      +-----+      +-----+
--R      | 2      2      | 2
--R      (8x y(x)\|x - 1 + (- 8x + 4)y(x))\|y(x) - 1
--R      +
--R      +-----+
--R      2      | 2      2      2      2
--R      (- 8x y(x) + 4x)\|x - 1 + (8x - 4)y(x) - 4x + 2
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 81

```

--S 82 of 120

```

--Rode335expr := sqrt(yx**2-1)*D(yx,x)-sqrt(x**2-1)

```

--R  
--R

(81)

```

--R      4      2      5      4      2      3
--R      (- 64x + 64x - 8)y(x) + (96x - 96x + 12)y(x)
--R      +
--R      4      2
--R      (- 32x + 32x - 4)y(x)
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|x - 1
--R      +
--R      5      3      5      5      3      3
--R      (64x - 96x + 32x)y(x) + (- 96x + 144x - 48x)y(x)
--R      +
--R      5      3
--R      (32x - 48x + 16x)y(x)
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|y(x) - 1
--R      +
--R      4      2      6      4      2      4
--R      (64x - 64x + 8)y(x) + (- 128x + 128x - 16)y(x)
--R      +
--R      4      2      2      4      2
--R      (72x - 72x + 9)y(x) - 8x + 8x - 1

```

```

--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|x  - 1
--R      +
--R      5      3      6      5      3      4
--R      (- 64x  + 96x  - 32x)y(x)  + (128x  - 192x  + 64x)y(x)
--R      +
--R      5      3      2      5      3
--R      (- 72x  + 108x  - 36x)y(x)  + 8x  - 12x  + 4x
--R      *
--R      ,
--R      y (x)
--R      +
--R      5      3      4      5      3      2      5
--R      (64x  - 96x  + 32x)y(x)  + (- 64x  + 96x  - 32x)y(x)  + 8x
--R      +
--R      3
--R      - 12x  + 4x
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|x  - 1
--R      +
--R      6      4      2      4      6      4      2      2
--R      (- 64x  + 128x  - 72x  + 8)y(x)  + (64x  - 128x  + 72x  - 8)y(x)
--R      +
--R      6      4      2
--R      - 8x  + 16x  - 9x  + 1
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|y(x)  - 1
--R      +
--R      5      3      5      5      3      3
--R      (- 64x  + 96x  - 32x)y(x)  + (96x  - 144x  + 48x)y(x)
--R      +
--R      5      3
--R      (- 32x  + 48x  - 16x)y(x)
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|x  - 1
--R      +
--R      6      4      2      5      6      4      2      3

```

$$\begin{aligned}
& (64x^6 - 128x^4 + 72x^2 - 8)y(x) + (-96x^3 + 192x - 108x + 12)y(x) \\
& + (32x^6 - 64x^4 + 36x^2 - 4)y(x) \\
& * \text{ROOT} \\
& \left( (64x^3 - 32x)y(x)^3 + (-32x^3 + 16x)y(x)^3 \right) \sqrt{x^2 - 1} \\
& + \left( -64x^4 + 64x^2 - 8 \right) y(x)^3 + \left( 32x^4 - 32x^2 + 4 \right) y(x)^2 \\
& * \sqrt{y(x)^2 - 1} \\
& + \left( -64x^3 + 32x \right) y(x)^4 + \left( 64x^3 - 32x \right) y(x)^2 - 8x^2 + 4x \\
& * \sqrt{x^2 - 1} \\
& + \left( 64x^4 - 64x^2 + 8 \right) y(x)^4 + \left( -64x^4 + 64x^2 - 8 \right) y(x)^2 + 8x^4 \\
& - 8x^2 + 1 \\
& * \log\left(\sqrt{y(x)^2 - 1} - y(x)\right) \\
& + \left( (-128x^3 + 64x)y(x)^3 + (64x^3 - 32x)y(x)^3 \right) \sqrt{x^2 - 1} \\
& + \left( 128x^4 - 128x^2 + 16 \right) y(x)^3 + \left( -64x^4 + 64x^2 - 8 \right) y(x)^2 \\
& * \log\left(\sqrt{x^2 - 1} - x\right) \\
& + \frac{3}{5} \frac{5}{5} \frac{3}{3}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (-128x^5 + 64x^3)y(x) + (128x^5 - 48x^3)y(x) \\
& + (-64x^5 + 48x^3)y(x) \\
& * \sqrt{x^2 - 1} \\
& + (128x^4 - 128x^2 + 16)y(x) \\
& + (-128x^6 + 64x^4 + 64x^2 - 16)y(x) \\
& + (64x^6 - 80x^4 + 16x^2 + 2)y(x) \\
& * \sqrt{y(x)^2 - 1} \\
& + (128x^3 - 64x^4)y(x)^4 + (-128x^3 + 64x^2 + 16x^3 - 8x) \\
& * \sqrt{x^2 - 1} \\
& + (-128x^4 + 128x^2 - 16)y(x)^4 + (128x^4 - 128x^2 + 16)y(x)^2 \\
& - 16x^4 + 16x^2 - 2 \\
& * \log(\sqrt{x^2 - 1} - x) \\
& + (128x^3 - 64x^6)y(x)^5 + (-128x^5 - 64x^3 + 80x^4) \\
& + (128x^5 - 64x^3 - 16x^2)y(x)^5 - 16x^5 + 16x^3 - 2x
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& * \\
& + \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{\sqrt{x^2 - 1}} \\
& + (-128x^4 + 128x^2 - 16)y(x)^6 + (128x^6 - 128x^2 + 24)y(x)^4 \\
& + (-128x^6 + 128x^4 - 8)y(x)^2 + 16x^6 - 24x^4 + 8x^2 \\
& * \\
& \log(\sqrt{|y(x)^2 - 1 - y(x)|}) \\
& + \\
& \frac{((64x^3 - 32x)y(x)^3 + (-32x^3 + 16x)y(x)^3)\sqrt{x^2 - 1}}{(-64x^4 + 64x^2 - 8)y(x)^3 + (32x^4 - 32x^2 + 4)y(x)^2} \\
& * \\
& \log(\sqrt{|x^2 - 1 - x|}) \\
& + \\
& (128x^3 - 64x)y(x)^5 + (-128x^5 + 48x)y(x)^3 \\
& + (64x^5 - 48x^3)y(x)^3 \\
& * \\
& \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{\sqrt{x^2 - 1}} \\
& + (-128x^4 + 128x^2 - 16)y(x)^5 \\
& + (128x^6 - 64x^4 - 64x^2 + 16)y(x)^3 \\
& + (-64x^6 + 80x^4 - 16x^2 - 2)y(x)^2 \\
& * \\
& + \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{\sqrt{x^2 - 1}}
\end{aligned}$$

```

--R
--R      | 2
--R      log(\|x  - 1  - x)
--R
--R      +
--R      3      7      5      3      5
--R      (64x  - 32x)y(x)  + (- 128x  + 32x  + 32x)y(x)
--R
--R      +
--R      7      5      3      3
--R      (64x  + 32x  - 320x  + 128x)y(x)
--R
--R      +
--R      7      5      3
--R      (- 32x  + 32x  + 128x  - 66x)y(x)
--R
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|x  - 1
--R
--R      +
--R      4      2      7      6      4      2      5
--R      (- 64x  + 64x  - 8)y(x)  + (128x  - 96x  - 32x  + 12)y(x)
--R
--R      +
--R      8      4      2      3
--R      (- 64x  + 344x  - 280x  + 28)y(x)
--R
--R      +
--R      8      6      4      2
--R      (32x  - 48x  - 116x  + 132x  - 16)y(x)
--R
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|y(x)  - 1
--R
--R      +
--R      3      4      3      2      3
--R      ((- 64x  + 32x)y(x)  + (64x  - 32x)y(x)  - 8x  + 4x)
--R
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|x  - 1
--R
--R      +
--R      4      2      4      4      2      2      4
--R      (64x  - 64x  + 8)y(x)  + (- 64x  + 64x  - 8)y(x)  + 8x
--R
--R      +
--R      2
--R      - 8x  + 1
--R
--R      *
--R      +-----+      2
--R      | 2
--R      log(\|x  - 1  - x)
--R
--R      +

```

$$\begin{aligned}
& (-128x^3 + 64x^6)y(x) + (128x^5 + 64x^3 - 80x)y(x)^4 \\
& + (-128x^5 + 64x^3 + 16x)y(x)^2 + 16x^5 - 16x^3 + 2x \\
& * \sqrt{x^2 - 1} \\
& + (128x^4 - 128x^2 + 16)y(x)^6 + (-128x^6 + 128x^2 - 24)y(x)^4 \\
& + (128x^6 - 128x^4 + 8)y(x)^2 - 16x^6 + 24x^4 - 8x^2 \\
& * \log(\sqrt{x^2 - 1} - x) \\
& + (-64x^3 + 32x)y(x)^8 + (128x^5 - 48x)y(x)^6 \\
& + (-64x^7 - 96x^5 + 344x^3 - 116x)y(x)^4 \\
& + (64x^7 - 32x^5 - 280x^3 + 132x)y(x)^2 - 8x^7 + 12x^5 + 28x^3 - 16x \\
& * \sqrt{x^2 - 1} \\
& + (64x^4 - 64x^2 + 8)y(x)^8 + (-128x^6 + 64x^4 + 64x^2 - 16)y(x)^6 \\
& + (64x^8 + 64x^6 - 400x^4 + 272x^2 - 23)y(x)^4 \\
& + (-64x^8 + 64x^6 + 272x^4 - 272x^2 + 31)y(x)^2 + 8x^8 - 16x^6 - 23x^4 \\
& + 31x^2 - 4 \\
& / \sqrt{\phantom{x^2 - 1}}
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& ((256x^3 - 128x^3)y(x) + (-128x^3 + 64x)y(x))\sqrt{|x^2 - 1|} \\
& + (-256x^4 + 256x^2 - 32)y(x) + (128x^4 - 128x^2 + 16)y(x) \\
& * \sqrt{|y(x)^2 - 1|} \\
& + ((-256x^3 + 128x^4)y(x) + (256x^3 - 128x^2)y(x) - 32x^3 + 16x) \\
& * \sqrt{|x^2 - 1|} \\
& + (256x^4 - 256x^2 + 32)y(x) + (-256x^4 + 256x^2 - 32)y(x) + 32x^4 \\
& - 32x^2 + 4 \\
& + (64x^5 - 96x^3 + 32x^4)y(x) + (-64x^5 + 96x^3 - 32x^2)y(x) + 8x^5 \\
& - 12x^3 + 4x \\
& * \sqrt{|x^2 - 1|} \\
& + (-64x^6 + 128x^4 - 72x^2 + 8)y(x) + (64x^6 - 128x^4 + 72x^2 - 8)y(x) \\
& - 8x^6 + 16x^4 - 9x^2 + 1 \\
& * \sqrt{|y(x)^2 - 1|} \\
& + (-64x^5 + 96x^3 - 32x^5)y(x) + (96x^5 - 144x^3 + 48x)y(x)
\end{aligned}$$

```

--R      5      3
--R      (- 32x + 48x - 16x)y(x)
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|x - 1
--R      +
--R      6      4      2      5      6      4      2      3
--R      (64x - 128x + 72x - 8)y(x) + (- 96x + 192x - 108x + 12)y(x)
--R      +
--R      6      4      2
--R      (32x - 64x + 36x - 4)y(x)
--R      /
--R      4      2      4      4      2      2      4      2
--R      ((64x - 64x + 8)y(x) + (- 64x + 64x - 8)y(x) + 8x - 8x + 1)
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|x - 1
--R      +
--R      5      3      4      5      3      2      5      3
--R      (- 64x + 96x - 32x)y(x) + (64x - 96x + 32x)y(x) - 8x + 12x - 4x
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|y(x) - 1
--R      +
--R      4      2      5      4      2      3
--R      (- 64x + 64x - 8)y(x) + (96x - 96x + 12)y(x)
--R      +
--R      4      2
--R      (- 32x + 32x - 4)y(x)
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|x - 1
--R      +
--R      5      3      5      5      3      3
--R      (64x - 96x + 32x)y(x) + (- 96x + 144x - 48x)y(x)
--R      +
--R      5      3
--R      (32x - 48x + 16x)y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 82

```

--S 83 of 120

```

--Rode336 := (sqrt(y(x)**2+1)+a*x)*D(y(x),x)+sqrt(x**2+1)+a*y(x)
--R
--R
--R          +-----+          +-----+
--R          | 2          ,      | 2
--R (82) (\|y(x) + 1 + a x)y (x) + \|x + 1 + a y(x)
--R
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 83

--S 84 of 120
--Ryx:=solve(ode336,y,x)
--R
--R
--R (83)
--R
--R          +-----+          +-----+
--R          | 2          2          | 2
--R (- 4x y(x)\|x + 1 + (4x + 2)y(x))\|y(x) + 1
--R
--R +
--R
--R          +-----+
--R          2          | 2          2          2          2
--R (4x y(x) + 2x)\|x + 1 + (- 4x - 2)y(x) - 2x - 1
--R
--R *
--R
--R          +-----+
--R          | 2
--R log(\|y(x) + 1 - y(x))
--R
--R +
--R
--R          +-----+          +-----+
--R          | 2          2          | 2
--R (- 4x y(x)\|x + 1 + (4x + 2)y(x))log(\|x + 1 - x)
--R
--R +
--R
--R          3          2          2          3          | 2
--R (- 4x y(x) + 8a x y(x) + (- 4x - 4x)y(x))\|x + 1
--R
--R +
--R
--R          2          3          3          2          4          2
--R (4x + 2)y(x) + (- 8a x - 4a x)y(x) + (4x + 6x + 1)y(x)
--R
--R *
--R
--R          +-----+
--R          | 2
--R \|y(x) + 1
--R
--R +
--R
--R          +-----+          +-----+
--R          2          | 2          2          2          2          | 2
--R ((4x y(x) + 2x)\|x + 1 + (- 4x - 2)y(x) - 2x - 1)log(\|x + 1 - x)
--R
--R +

```

```

--R
--R
--R                                     +-----+
--R      4      2      3      3      2      2      3      | 2
--R      (4x y(x) - 8a x y(x) + (4x + 6x)y(x) - 4a x y(x) + 2x + x)\|x + 1
--R
--R      +
--R      2      4      3      3      4      2      2
--R      (- 4x - 2)y(x) + (8a x + 4a x)y(x) + (- 4x - 8x - 2)y(x)
--R
--R      +
--R      3      4      2
--R      (4a x + 2a x)y(x) - 2x - 2x
--R
--R      /
--R
--R      +-----+      +-----+
--R      | 2      2      | 2
--R      (8x y(x)\|x + 1 + (- 8x - 4)y(x))\|y(x) + 1
--R
--R      +
--R      +-----+
--R      2      | 2      2      2      2
--R      (- 8x y(x) - 4x)\|x + 1 + (8x + 4)y(x) + 4x + 2
--R
--R
--R      Type: Union(Expression Integer,...)
--E 84

```

```
--S 85 of 120
```

```
--Rode336expr := (sqrt(yx**2+1)+a*x)*D(yx,x)+sqrt(x**2+1)+a*yx
```

```
--R
```

```
--R
```

```
--R (84)
```

```

--R
--R      6      4      2      7
--R      (- 2048x - 3072x - 1152x - 64)y(x)
--R
--R      +
--R      7      5      3      6
--R      (2048a x + 3072a x + 1152a x + 64a x)y(x)
--R
--R      +
--R      6      4      2      5
--R      (- 4096x - 6144x - 2304x - 128)y(x)
--R
--R      +
--R      7      5      3      4
--R      (3072a x + 4608a x + 1728a x + 96a x)y(x)
--R
--R      +
--R      6      4      2      3
--R      (- 2432x - 3648x - 1368x - 76)y(x)
--R
--R      +
--R      7      5      3      2
--R      (1152a x + 1728a x + 648a x + 36a x)y(x)
--R
--R      +
--R      6      4      2      7      5
--R      (- 384x - 576x - 216x - 12)y(x) + 64a x + 96a x
--R
--R      +

```

```

--R
--R      3
--R      36a x + 2a x
--R
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|x + 1
--R
--R      +
--R      7      5      3      7
--R      (2048x + 4096x + 2432x + 384x)y(x)
--R
--R      +
--R      8      6      4      2      6
--R      (- 2048a x - 4096a x - 2432a x - 384a x )y(x)
--R
--R      +
--R      7      5      3      5
--R      (4096x + 8192x + 4864x + 768x)y(x)
--R
--R      +
--R      8      6      4      2      4
--R      (- 3072a x - 6144a x - 3648a x - 576a x )y(x)
--R
--R      +
--R      7      5      3      3
--R      (2432x + 4864x + 2888x + 456x)y(x)
--R
--R      +
--R      8      6      4      2      2
--R      (- 1152a x - 2304a x - 1368a x - 216a x )y(x)
--R
--R      +
--R      7      5      3      8      6      4
--R      (384x + 768x + 456x + 72x)y(x) - 64a x - 128a x - 76a x
--R
--R      +
--R      2
--R      - 12a x
--R
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|y(x) + 1
--R
--R      +
--R      6      4      2      8
--R      (2048x + 3072x + 1152x + 64)y(x)
--R
--R      +
--R      7      5      3      7
--R      (- 2048a x - 3072a x - 1152a x - 64a x)y(x)
--R
--R      +
--R      6      4      2      6
--R      (5120x + 7680x + 2880x + 160)y(x)
--R
--R      +
--R      7      5      3      5
--R      (- 4096a x - 6144a x - 2304a x - 128a x)y(x)

```

$$\begin{aligned}
& + \\
& (4224x^6 + 6336x^4 + 2376x^2 + 132)y(x) \\
& + \\
& (-2432ax^7 - 3648ax^5 - 1368ax^3 - 76ax)y(x) \\
& + \\
& (1216x^6 + 1824x^4 + 684x^2 + 38)y(x) \\
& + \\
& (-384ax^7 - 576ax^5 - 216ax^3 - 12ax)y(x) + 64x^6 + 96x^4 \\
& + \\
& 36x^2 + 2 \\
& * \\
& +-----+ \\
& | 2 \\
& \|x + 1 \\
& + \\
& (-2048x^7 - 4096x^5 - 2432x^3 - 384x)y(x) \\
& + \\
& (2048ax^8 + 4096ax^6 + 2432ax^4 + 384ax^2)y(x) \\
& + \\
& (-5120x^7 - 10240x^5 - 6080x^3 - 960x)y(x) \\
& + \\
& (4096ax^8 + 8192ax^6 + 4864ax^4 + 768ax^2)y(x) \\
& + \\
& (-4224x^7 - 8448x^5 - 5016x^3 - 792x)y(x) \\
& + \\
& (2432ax^8 + 4864ax^6 + 2888ax^4 + 456ax^2)y(x) \\
& + \\
& (-1216x^7 - 2432x^5 - 1444x^3 - 228x)y(x) \\
& + \\
& (384ax^8 + 768ax^6 + 456ax^4 + 72ax^2)y(x) - 64x^7 - 128x^5 - 76x^3 \\
& - 12x \\
& *
\end{aligned}$$

```

--R      ,
--R      y (x)
--R
--R      +
--R      6      4      2      7
--R      (2048a x + 3072a x + 1152a x + 64a)y(x)
--R      +
--R      7      5      3      6
--R      (- 2048x - 4096x - 2432x - 384x)y(x)
--R      +
--R      6      4      2      5
--R      (3072a x + 4608a x + 1728a x + 96a)y(x)
--R      +
--R      7      5      3      4
--R      (- 3072x - 6144x - 3648x - 576x)y(x)
--R      +
--R      6      4      2      3
--R      (1152a x + 1728a x + 648a x + 36a)y(x)
--R      +
--R      7      5      3      2
--R      (- 1152x - 2304x - 1368x - 216x)y(x)
--R      +
--R      6      4      2      7      5      3
--R      (64a x + 96a x + 36a x + 2a)y(x) - 64x - 128x - 76x - 12x
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|x + 1
--R      +
--R      7      5      3      7
--R      (- 2048a x - 4096a x - 2432a x - 384a x)y(x)
--R      +
--R      8      6      4      2      6
--R      (2048x + 5120x + 4224x + 1216x + 64)y(x)
--R      +
--R      7      5      3      5
--R      (- 3072a x - 6144a x - 3648a x - 576a x)y(x)
--R      +
--R      8      6      4      2      4
--R      (3072x + 7680x + 6336x + 1824x + 96)y(x)
--R      +
--R      7      5      3      3
--R      (- 1152a x - 2304a x - 1368a x - 216a x)y(x)
--R      +
--R      8      6      4      2      2
--R      (1152x + 2880x + 2376x + 684x + 36)y(x)

```

$$\begin{aligned}
& + (-64ax^7 - 128a^2x^5 - 76a^3x^3 - 12a^4x)y(x) + 64x^8 + 160x^6 + 132x^4 \\
& + 38x^2 + 2 \\
& * \sqrt{y(x)^2 + 1} \\
& + (-2048a^6x^6 - 3072a^4x^4 - 1152a^2x^2 - 64a^8)y(x) \\
& + (2048x^7 + 4096x^5 + 2432x^3 + 384x)y(x) \\
& + (-4096a^6x^6 - 6144a^4x^4 - 2304a^2x^2 - 128a^6)y(x) \\
& + (4096x^7 + 8192x^5 + 4864x^3 + 768x)y(x) \\
& + (-2432a^6x^6 - 3648a^4x^4 - 1368a^2x^2 - 76a^4)y(x) \\
& + (2432x^7 + 4864x^5 + 2888x^3 + 456x)y(x) \\
& + (-384a^6x^6 - 576a^4x^4 - 216a^2x^2 - 12a^2)y(x) \\
& + (384x^7 + 768x^5 + 456x^3 + 72x)y(x) \\
& * \sqrt{x^2 + 1} \\
& + (2048ax^7 + 4096a^2x^5 + 2432a^3x^3 + 384a^4x)y(x) \\
& + (-2048x^8 - 5120x^6 - 4224x^4 - 1216x^2 - 64)y(x) \\
& + 7x^7 + 5x^5 + 3x^3 + 6x
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& (4096a x^8 + 8192a x^6 + 4864a x^4 + 768a x^2)y(x) \\
& + (-4096x^8 - 10240x^6 - 8448x^4 - 2432x^2 - 128)y(x)^5 \\
& + (2432a x^7 + 4864a x^5 + 2888a x^3 + 456a x)y(x)^4 \\
& + (-2432x^8 - 6080x^6 - 5016x^4 - 1444x^2 - 76)y(x)^3 \\
& + (384a x^7 + 768a x^5 + 456a x^3 + 72a x)y(x)^2 \\
& + (-384x^8 - 960x^6 - 792x^4 - 228x^2 - 12)y(x) \\
& * \text{ROOT} \\
& \quad \left( (64x^3 + 32x)y(x)^3 + (32x^3 + 16x)y(x) \right) \sqrt{x^2 + 1} \\
& \quad + (-64x^4 - 64x^2 - 8)y(x)^3 + (-32x^4 - 32x^2 - 4)y(x)^2 \\
& \quad * \sqrt{y(x)^2 + 1} \\
& \quad + ((-64x^3 - 32x)y(x)^4 + (-64x^3 - 32x)y(x)^2 - 8x^2 - 4x) \\
& \quad * \sqrt{x^2 + 1} \\
& \quad + (64x^4 + 64x^2 + 8)y(x)^4 + (64x^4 + 64x^2 + 8)y(x)^2 + 8x^4 + 8x^2 \\
& \quad + 1 \\
& \quad * \log(\sqrt{y(x)^2 + 1} - y(x)) \\
& \quad + \dots
\end{aligned}$$

```

--R
--R      3      3      3      | 2
--R      ((128x + 64x)y(x) + (64x + 32x)y(x))\|x + 1
--R
--R      +
--R      4      2      3      4      2
--R      (- 128x - 128x - 16)y(x) + (- 64x - 64x - 8)y(x)
--R
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      log(\|x + 1 - x)
--R
--R      +
--R      3      5      4      2      4
--R      (128x + 64x)y(x) + (- 256a x - 128a x )y(x)
--R
--R      +
--R      5      3      3
--R      (128x + 256x + 80x)y(x)
--R
--R      +
--R      4      2      2      5      3
--R      (- 128a x - 64a x )y(x) + (64x + 80x + 16x)y(x)
--R
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|x + 1
--R
--R      +
--R      4      2      5
--R      (- 128x - 128x - 16)y(x)
--R
--R      +
--R      5      3      4
--R      (256a x + 256a x + 32a x)y(x)
--R
--R      +
--R      6      4      2      3
--R      (- 128x - 320x - 192x - 16)y(x)
--R
--R      +
--R      5      3      2
--R      (128a x + 128a x + 16a x)y(x)
--R
--R      +
--R      6      4      2
--R      (- 64x - 112x - 48x - 2)y(x)
--R
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|y(x) + 1
--R
--R      +
--R      3      4      3      2      3
--R      (- 128x - 64x)y(x) + (- 128x - 64x)y(x) - 16x
--R
--R      +
--R      - 8x

```

$$\begin{aligned}
& * \\
& + \sqrt{x^2 + 1} \\
& + (128x^4 + 128x^2 + 16)y(x)^4 + (128x^4 + 128x^2 + 16)y(x)^2 \\
& + 16x^4 + 16x^2 + 2 \\
& * \\
& + \log(\sqrt{x^2 + 1} - x) \\
& + (-128x^3 - 64x^6)y(x)^4 + (256a^4x^2 + 128a^2x^5)y(x)^5 \\
& + (-128x^5 - 320x^3 - 112x^4)y(x)^4 + (256a^4x^2 + 128a^2x^3)y(x)^3 \\
& + (-128x^5 - 192x^3 - 48x^2)y(x)^4 + (32a^4x^2 + 16a^2x^2)y(x)^2 \\
& - 16x^5 - 16x^3 - 2x \\
& * \\
& + \sqrt{x^2 + 1} \\
& + (128x^4 + 128x^2 + 16)y(x)^6 \\
& + (-256a^5x^3 - 256a^3x^5 - 32a^5x^3)y(x)^5 \\
& + (128x^6 + 384x^4 + 256x^2 + 24)y(x)^4 \\
& + (-256a^5x^3 - 256a^3x^3 - 32a^3x^3)y(x)^3 \\
& + (128x^6 + 256x^4 + 128x^2 + 8)y(x)^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (-32ax^5 - 32ax^3 - 4ax)y(x) + 16x^6 + 24x^4 + 8x^2 \\
& * \\
& \quad + \frac{\log(\sqrt{|y(x)^2 + 1 - y(x)})}{\sqrt{|y(x)^2 + 1 - y(x)}} \\
& + \\
& \quad + \frac{((64x^3 + 32x)y(x)^3 + (32x^3 + 16x)y(x)^3)\sqrt{|x^2 + 1}}{(-64x^4 - 64x^2 - 8)y(x)^3 + (-32x^4 - 32x^2 - 4)y(x)^2} \\
& * \\
& \quad + \frac{\log(\sqrt{|x^2 + 1 - x})}{\sqrt{|x^2 + 1 - x}} \\
& + \\
& \quad + (128x^3 + 64x)y(x)^5 + (-256ax^4 - 128ax^2)y(x)^4 \\
& \quad + (128x^5 + 256x^3 + 80x)y(x)^3 \\
& \quad + (-128ax^4 - 64ax^2)y(x)^2 + (64x^5 + 80x^3 + 16x)y(x) \\
& * \\
& \quad + \frac{\sqrt{|x^2 + 1}}{\sqrt{|x^2 + 1}} \\
& + \\
& \quad + (-128x^4 - 128x^2 - 16)y(x)^5 \\
& \quad + (256ax^5 + 256ax^3 + 32ax)y(x)^4 \\
& \quad + (-128x^6 - 320x^4 - 192x^2 - 16)y(x)^3 \\
& \quad + (128ax^5 + 128ax^3 + 16ax)y(x)^2 \\
& \quad + (-64x^6 - 112x^4 - 48x^2 - 2)y(x) \\
& *
\end{aligned}$$

```

--R          +-----+
--R          | 2
--R          log(\|x + 1 - x)
--R
--R      +
--R          3          7          4          2          6
--R          (64x + 32x)y(x) + (- 256a x - 128a x )y(x)
--R
--R      +
--R          2          5          2          3          5
--R          ((256a + 128)x + (128a + 224)x + 64x)y(x)
--R
--R      +
--R          6          4          2          4
--R          (- 256a x - 512a x - 160a x )y(x)
--R
--R      +
--R          7          2          5          2          3          3
--R          (64x + (128a + 224)x + (64a + 448)x + 160x)y(x)
--R
--R      +
--R          6          4          2          2
--R          (- 128a x - 160a x - 32a x )y(x)
--R
--R      +
--R          7          5          3
--R          (32x + 64x + 160x + 66x)y(x)
--R
--R      *
--R          +-----+
--R          | 2
--R          \|x + 1
--R
--R      +
--R          4          2          7          5          3          6
--R          (- 64x - 64x - 8)y(x) + (256a x + 256a x + 32a x)y(x)
--R
--R      +
--R          2          6          2          4          2          2
--R          (- 256a - 128)x + (- 256a - 288)x + (- 32a - 160)x
--R
--R      +
--R          - 12
--R
--R      *
--R          5
--R          y(x)
--R
--R      +
--R          7          5          3          4
--R          (256a x + 640a x + 384a x + 32a x)y(x)
--R
--R      +
--R          8          2          6          2          4
--R          - 64x + (- 128a - 256)x + (- 128a - 552)x
--R
--R      +
--R          2          2
--R          (- 16a - 360)x - 36
--R
--R      *

```

$$\begin{aligned}
& y(x)^3 \\
& + (128a^7x^7 + 224a^5x^5 + 96a^3x^3 + 4a^2x^2)y(x)^2 \\
& + (-32x^8 - 80x^6 - 188x^4 - 140x^2 - 16)y(x) \\
& * \sqrt{y(x)^2 + 1} \\
& + ((-64x^3 - 32x^4)y(x)^3 + (-64x^3 - 32x^2)y(x)^2 - 8x^3 - 4x) \\
& * \sqrt{x^2 + 1} \\
& + (64x^4 + 64x^2 + 8)y(x)^4 + (64x^4 + 64x^2 + 8)y(x)^2 + 8x^4 + 8x^2 \\
& + 1 \\
& * \log(\sqrt{x^2 + 1} - x) \\
& + (-128x^3 - 64x^6)y(x)^4 + (256a^4x^4 + 128a^2x^5)y(x)^2 \\
& + (-128x^5 - 320x^3 - 112x^4)y(x)^4 + (256a^4x^4 + 128a^2x^5)y(x)^2 \\
& + (-128x^5 - 192x^3 - 48x^2)y(x)^4 + (32a^4x^4 + 16a^2x^2)y(x)^2 \\
& - 16x^5 - 16x^3 - 2x \\
& * \sqrt{x^2 + 1} \\
& + 4x^2 + 6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (128x^6 + 128x^4 + 16)x^5 y(x) \\
& + (-256a^5 x^3 - 256a^3 x^5 - 32a^5 x^5) y(x) \\
& + (128x^6 + 384x^4 + 256x^2 + 24)x^4 y(x) \\
& + (-256a^5 x^3 - 256a^3 x^5 - 32a^3 x^3) y(x) \\
& + (128x^6 + 256x^4 + 128x^2 + 8)x^2 y(x) \\
& + (-32a^5 x^3 - 32a^3 x^5 - 4a^2 x^2) y(x) + 16x^6 + 24x^4 + 8x^2 \\
& * \log(\sqrt{x^2 + 1} - x) \\
& + (-64x^3 - 32x^8) y(x) + (256a^4 x^2 + 128a^2 x^7) y(x) \\
& + ((-256a^2 - 128)x^5 + (-128a^2 - 256)x^3 - 80x^6) y(x) \\
& + (256a^6 x^4 + 640a^4 x^2 + 224a^5 x^5) y(x) \\
& + (-64x^7 + (-256a^2 - 288)x^5 + (-128a^2 - 552)x^3 - 188x^4) y(x) \\
& + (256a^6 x^4 + 384a^4 x^2 + 96a^3 x^3) y(x) \\
& + (-64x^7 + (-32a^2 - 160)x^5 + (-16a^2 - 360)x^3 - 140x^2) y(x) \\
& + (32a^6 x^4 + 32a^4 x^2 + 4a^7 x^7) y(x) - 8x^7 - 12x^5 - 36x^3 - 16x^2 \\
& * \sqrt{x^2 + 1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (64x^4 + 64x^2 + 8)y(x)^8 + (-256ax^5 - 256a^3x^3 - 32a^7x)y(x)^7 \\
& + ((256a^2 + 128)x^6 + (256a^2 + 320)x^4 + (32a^2 + 192)x^2 + 16)y(x)^6 \\
& + (-256a^7x^7 - 768a^5x^5 - 512a^3x^3 - 48a^5x)y(x)^5 \\
& + (64x^8 + (256a^2 + 320)x^6 + (256a^2 + 688)x^4 + (32a^2 + 432)x^2 + 41)y(x)^4 \\
& + (-256a^7x^7 - 512a^5x^5 - 256a^3x^3 - 16a^3x)y(x)^3 \\
& + (64x^8 + (32a^2 + 192)x^6 + (32a^2 + 432)x^4 + (4a^2 + 304)x^2 + 33)y(x)^2 \\
& + (-32a^7x^7 - 48a^5x^5 - 16a^3x^3)y(x) + 8x^8 + 16x^6 + 41x^4 + 33x^2 + 4 \\
& / \left( ((256x^3 + 128x)y(x)^3 + (128x^3 + 64x)y(x))^2 \sqrt{x^2 + 1} \right. \\
& \left. + (-256x^4 - 256x^2 - 32)y(x)^3 + (-128x^4 - 128x^2 - 16)y(x)^2 \right) \\
& \left. \sqrt{y(x)^2 + 1} \right) \left( (-256x^3 - 128x)y(x)^4 + (-256x^3 - 128x)y(x)^2 - 32x^2 - 16x \right) \sqrt{x^2 + 1}
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& + (256x^4 + 256x^2 + 32)y(x)^4 + (256x^4 + 256x^2 + 32)y(x)^2 + 32x^4 \\
& + 32x^2 + 4 \\
& + (-1024a^6x^4 - 1536a^4x^2 - 576a^2x - 32a)y(x)^6 \\
& + (-1536a^6x^4 - 2304a^4x^2 - 864a^2x - 48a)y(x)^4 \\
& + (-576a^6x^4 - 864a^4x^2 - 324a^2x - 18a)y(x)^2 - 32a^6x^6 - 48a^4x^4 \\
& - 18a^2x^2 - a \\
& * \sqrt{x^2 + 1} \\
& + (1024a^7x^5 + 2048a^3x^3 + 192a^6x)y(x)^6 \\
& + (1536a^7x^5 + 3072a^3x^3 + 288a^4x)y(x)^4 \\
& + (576a^7x^5 + 1152a^3x^3 + 108a^2x)y(x)^2 + 32a^7x^7 + 64a^5x^5 \\
& + 38a^3x^3 + 6a^3x \\
& * \sqrt{y(x)^2 + 1} \\
& + (1024a^6x^4 + 1536a^2x^2 + 576a^7x + 32a)y(x)^7 \\
& + (2048a^6x^4 + 3072a^2x^2 + 1152a^5x + 64a)y(x)^5 \\
& + 6^4x^4 + 2^2x^2 + 3^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (1216a x^7 + 1824a x^5 + 684a x^3 + 38a)x^7 y(x) \\
& + (192a x^6 + 288a x^4 + 108a x^2 + 6a)y(x) \\
& * \sqrt{x^2 + 1} \\
& + (-1024a x^7 - 2048a x^5 - 1216a x^3 - 192a)x^7 y(x) \\
& + (-2048a x^7 - 4096a x^5 - 2432a x^3 - 384a)x^5 y(x) \\
& + (-1216a x^7 - 2432a x^5 - 1444a x^3 - 228a)x^3 y(x) \\
& + (-192a x^7 - 384a x^5 - 228a x^3 - 36a)x^3 y(x) \\
& * \log(\sqrt{|y(x) + 1 - y(x)|}) \\
& + (-2048a x^7 - 3072a x^5 - 1152a x^3 - 64a)x^7 y(x) \\
& + (2048a x^8 + 3072a x^6 + 1152a x^4 + 64a x^2)y(x) \\
& + (-4096a x^7 - 6144a x^5 - 2304a x^3 - 128a)x^5 y(x) \\
& + (3072a x^8 + 4608a x^6 + 1728a x^4 + 96a x^2)y(x) \\
& + (-2432a x^7 - 3648a x^5 - 1368a x^3 - 76a)x^3 y(x) \\
& + (1152a x^8 + 1728a x^6 + 648a x^4 + 36a x^2)y(x) \\
& + (-384a x^7 - 576a x^5 - 216a x^3 - 12a)x^3 y(x) + 64a x^8 + 96a x^6
\end{aligned}$$

```

--R      2 4      2 2
--R      36a x + 2a x
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|x + 1
--R      +
--R      8      6      4      2      7
--R      (2048a x + 4096a x + 2432a x + 384a x )y(x)
--R      +
--R      2 9      2 7      2 5      2 3      6
--R      (- 2048a x - 4096a x - 2432a x - 384a x )y(x)
--R      +
--R      8      6      4      2      5
--R      (4096a x + 8192a x + 4864a x + 768a x )y(x)
--R      +
--R      2 9      2 7      2 5      2 3      4
--R      (- 3072a x - 6144a x - 3648a x - 576a x )y(x)
--R      +
--R      8      6      4      2      3
--R      (2432a x + 4864a x + 2888a x + 456a x )y(x)
--R      +
--R      2 9      2 7      2 5      2 3      2
--R      (- 1152a x - 2304a x - 1368a x - 216a x )y(x)
--R      +
--R      8      6      4      2      2 9      2 7
--R      (384a x + 768a x + 456a x + 72a x )y(x) - 64a x - 128a x
--R      +
--R      2 5      2 3
--R      - 76a x - 12a x
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|y(x) + 1
--R      +
--R      7      5      3      8
--R      (2048a x + 3072a x + 1152a x + 64a x )y(x)
--R      +
--R      2 8      2 6      2 4      2 2      7
--R      (- 2048a x - 3072a x - 1152a x - 64a x )y(x)
--R      +
--R      7      5      3      6
--R      (5120a x + 7680a x + 2880a x + 160a x )y(x)
--R      +
--R      2 8      2 6      2 4      2 2      5
--R      (- 4096a x - 6144a x - 2304a x - 128a x )y(x)

```

$$\begin{aligned}
& + \\
& (4224a^7x^7 + 6336a^5x^5 + 2376a^3x^3 + 132a^4x^4)y(x) \\
& + \\
& (-2432a^2x^8 - 3648a^2x^6 - 1368a^2x^4 - 76a^2x^2)y(x) \\
& + \\
& (1216a^7x^7 + 1824a^5x^5 + 684a^3x^3 + 38a^2x^2)y(x) \\
& + \\
& (-384a^2x^8 - 576a^2x^6 - 216a^2x^4 - 12a^2x^2)y(x) + 64a^7x^7 + 96a^5x^5 \\
& + \\
& 36a^3x^3 + 2a^3x^3 \\
& * \\
& +-----+ \\
& | 2 \\
& \|x + 1 \\
& + \\
& (-2048a^8x^8 - 4096a^6x^6 - 2432a^4x^4 - 384a^2x^2)y(x) \\
& + \\
& (2048a^2x^9 + 4096a^2x^7 + 2432a^2x^5 + 384a^2x^3)y(x) \\
& + \\
& (-5120a^8x^8 - 10240a^6x^6 - 6080a^4x^4 - 960a^2x^2)y(x) \\
& + \\
& (4096a^2x^9 + 8192a^2x^7 + 4864a^2x^5 + 768a^2x^3)y(x) \\
& + \\
& (-4224a^8x^8 - 8448a^6x^6 - 5016a^4x^4 - 792a^2x^2)y(x) \\
& + \\
& (2432a^2x^9 + 4864a^2x^7 + 2888a^2x^5 + 456a^2x^3)y(x) \\
& + \\
& (-1216a^8x^8 - 2432a^6x^6 - 1444a^4x^4 - 228a^2x^2)y(x) \\
& + \\
& (384a^2x^9 + 768a^2x^7 + 456a^2x^5 + 72a^2x^3)y(x) - 64a^8x^8 - 128a^6x^6 \\
& + \\
& -76a^4x^4 - 12a^2x^2
\end{aligned}$$

```

--R      *
--R      ,
--R      y (x)
--R
--R      +
--R      6      4      2      6
--R      (- 1024a x - 1536a x - 576a x - 32a)y(x)
--R      +
--R      6      4      2      4
--R      (- 1536a x - 2304a x - 864a x - 48a)y(x)
--R      +
--R      6      4      2      2      6      4
--R      (- 576a x - 864a x - 324a x - 18a)y(x) - 32a x - 48a x
--R      +
--R      2
--R      - 18a x - a
--R
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|x + 1
--R
--R      +
--R      7      5      3      6
--R      (1024a x + 2048a x + 1216a x + 192a x)y(x)
--R      +
--R      7      5      3      4
--R      (1536a x + 3072a x + 1824a x + 288a x)y(x)
--R      +
--R      7      5      3      2      7      5
--R      (576a x + 1152a x + 684a x + 108a x)y(x) + 32a x + 64a x
--R      +
--R      3
--R      38a x + 6a x
--R
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      log(\|x + 1 - x)
--R
--R      +
--R      6      4      2      8
--R      (- 1024a x - 1536a x - 576a x - 32a)y(x)
--R      +
--R      2 7      2 5      2 3      2 7
--R      (4096a x + 6144a x + 2304a x + 128a x)y(x)
--R      +
--R      8      7      6      5      4      3
--R      - 3072a x - 2048x - 8192a x - 4096x - 6720a x - 2432x
--R      +

```

$$\begin{aligned}
& - 1728a^2 x^2 - 384x - 64a \\
& * \\
& \quad y(x)^6 \\
& + \\
& \quad (6144a^2 x^7 + 9216a^2 x^5 + 3456a^2 x^3 + 192a^2 x)y(x)^5 \\
& + \\
& \quad - 4608a^8 x^8 - 3072x^7 - 10432a^6 x^6 - 6144x^5 - 7296a^4 x^4 - 3648x^3 \\
& \quad + \\
& \quad - 1548a^2 x^2 - 576x - 38a \\
& * \\
& \quad y(x)^4 \\
& + \\
& \quad (2304a^2 x^7 + 3456a^2 x^5 + 1296a^2 x^3 + 72a^2 x)y(x)^3 \\
& + \\
& \quad - 1728a^8 x^8 - 1152x^7 - 3648a^6 x^6 - 2304x^5 - 2340a^4 x^4 - 1368x^3 \\
& \quad + \\
& \quad - 432a^2 x^2 - 216x - 6a \\
& * \\
& \quad y(x)^2 \\
& + \\
& \quad (128a^2 x^7 + 192a^2 x^5 + 72a^2 x^3 + 4a^2 x)y(x) - 96a^8 x^8 - 64x^7 - 192a^6 x^6 \\
& + \\
& \quad - 128x^5 - 114a^4 x^4 - 76x^3 - 18a^2 x^2 - 12x \\
& * \\
& \quad +-----+ \\
& \quad | 2 \\
& \quad \|x + 1 \\
& + \\
& \quad (1024a^7 x^7 + 2048a^5 x^5 + 1216a^3 x^3 + 192a^8 x^8)y(x) \\
& + \\
& \quad (- 4096a^2 x^8 - 8192a^2 x^6 - 4864a^2 x^4 - 768a^2 x^2)y(x) \\
& +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (3072a^9x^9 + 2048a^8x^8 + 9728a^7x^7 + 5120a^6x^6 + 10432a^5x^5 + 4224a^4x^4 \\
& + 4256a^3x^3 + 1216a^2x^2 + 480ax + 64) y(x)^6 \\
& + (-6144a^2x^8 - 12288a^2x^6 - 7296a^2x^4 - 1152a^2x^2) y(x)^5 \\
& + (4608a^9x^9 + 3072a^8x^8 + 12736a^7x^7 + 7680a^6x^6 + 11936a^5x^5 + 6336a^4x^4 \\
& + 4180a^3x^3 + 1824a^2x^2 + 372ax + 96) y(x)^4 \\
& + (-2304a^2x^8 - 4608a^2x^6 - 2736a^2x^4 - 432a^2x^2) y(x)^3 \\
& + (1728a^9x^9 + 1152a^8x^8 + 4512a^7x^7 + 2880a^6x^6 + 3948a^5x^5 + 2376a^4x^4 \\
& + 1254a^3x^3 + 684a^2x^2 + 90ax + 36) y(x)^2 \\
& + (-128a^2x^8 - 256a^2x^6 - 152a^2x^4 - 24a^2x^2) y(x) + 96a^9x^9 + 64a^8x^8 \\
& + (240a^7x^7 + 160a^6x^6 + 198a^5x^5 + 132a^4x^4 + 57a^3x^3 + 38a^2x^2 + 3ax + 2) \\
& * \sqrt{y(x)^2 + 1} \\
& + (1024a^6x^6 + 1536a^4x^4 + 576a^2x^2 + 32a^7x^7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (2048a^6 x^6 + 3072a^4 x^4 + 1152a^2 x^2 + 64a)y(x) \\
& + (1216a^6 x^6 + 1824a^4 x^4 + 684a^2 x^2 + 38a)y(x) \\
& + (192a^6 x^6 + 288a^4 x^4 + 108a^2 x^2 + 6a)y(x) \\
& * \sqrt{x^2 + 1} \\
& + (-1024a^7 x^7 - 2048a^5 x^5 - 1216a^3 x^3 - 192a x)y(x) \\
& + (-2048a^7 x^7 - 4096a^5 x^5 - 2432a^3 x^3 - 384a x)y(x) \\
& + (-1216a^7 x^7 - 2432a^5 x^5 - 1444a^3 x^3 - 228a x)y(x) \\
& + (-192a^7 x^7 - 384a^5 x^5 - 228a^3 x^3 - 36a x)y(x) \\
& * \log(\sqrt{x^2 + 1} - x) \\
& + (1024a^6 x^6 + 1536a^4 x^4 + 576a^2 x^2 + 32a)y(x) \\
& + (-4096a^2 x^7 - 6144a^2 x^5 - 2304a^2 x^3 - 128a^2 x)y(x) \\
& + (3072a^8 x^8 + 2048a^7 x^7 + 8704a^6 x^6 + 4096a^5 x^5 + 7488a^4 x^4 + 2432a^3 x^3 \\
& + 2016a^2 x^2 + 384a x + 80a) \\
& * y(x) \\
& + (-8192a^2 x^7 - 12288a^2 x^5 - 4608a^2 x^3 - 256a^2 x)y(x)
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& + \left( 6144a^8 x^8 + 4096a^7 x^7 + 14400a^6 x^6 + 8192a^5 x^5 + 10464a^4 x^4 + 4864a^3 x^3 \right. \\
& + \left. 2340a^2 x^2 + 768a x + 66a \right) y(x) \\
& + \left( -4864a^2 x^7 - 7296a^2 x^5 - 2736a^2 x^3 - 152a^2 x \right) y(x) \\
& + \left( 3648a^8 x^8 + 2432a^7 x^7 + 7904a^6 x^6 + 4864a^5 x^5 + 5244a^4 x^4 + 2888a^3 x^3 \right. \\
& + \left. 1026a^2 x^2 + 456a x + 19a \right) y(x) \\
& + \left( -768a^2 x^7 - 1152a^2 x^5 - 432a^2 x^3 - 24a^2 x \right) y(x) \\
& + \left( 576a^8 x^8 + 384a^7 x^7 + 1184a^6 x^6 + 768a^5 x^5 + 732a^4 x^4 + 456a^3 x^3 + 126a^2 x^2 \right. \\
& + \left. 72a x + a \right) y(x) \\
& * \sqrt{x^2 + 1} \\
& + \left( -1024a^7 x^7 - 2048a^5 x^5 - 1216a^3 x^3 - 192a x \right) y(x) \\
& + \left( 4096a^2 x^8 + 8192a^2 x^6 + 4864a^2 x^4 + 768a^2 x^2 \right) y(x) \\
& + \left( -3072a^9 x^9 - 2048a^8 x^8 - 10240a^7 x^7 - 5120a^6 x^6 - 11456a^5 x^5 - 4224a^4 x^4 \right. \\
& + \left. 3a^3 x^3 + 2a^2 x^2 \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - 4864a x^7 - 1216x^6 - 576a x^5 - 64 \\
& * \\
& \quad y(x) \\
& + \\
& \quad (8192a x^8 + 16384a x^6 + 9728a x^4 + 1536a x^2)y(x) \\
& + \\
& \quad - 6144a x^9 - 4096x^8 - 17472a x^7 - 10240x^6 - 16896a x^5 - 8448x^4 \\
& + \\
& \quad - 6156a x^3 - 2432x^2 - 588a x - 128 \\
& * \\
& \quad y(x) \\
& + \\
& \quad (4864a x^8 + 9728a x^6 + 5776a x^4 + 912a x^2)y(x) \\
& + \\
& \quad - 3648a x^9 - 2432x^8 - 9728a x^7 - 6080x^6 - 8740a x^5 - 5016x^4 \\
& + \\
& \quad - 2888a x^3 - 1444x^2 - 228a x - 76 \\
& * \\
& \quad y(x) \\
& + \\
& \quad (768a x^8 + 1536a x^6 + 912a x^4 + 144a x^2)y(x) \\
& + \\
& \quad - 576a x^9 - 384x^8 - 1472a x^7 - 960x^6 - 1252a x^5 - 792x^4 - 380a x^3 \\
& + \\
& \quad - 228x^2 - 24a x - 12 \\
& * \\
& \quad y(x) \\
& / \\
& \quad (2048x^6 + 3072x^4 + 1152x^2 + 64)y(x) \\
& + \\
& \quad (3072x^6 + 4608x^4 + 1728x^2 + 96)y(x) \\
& +
\end{aligned}$$

```

--R          6      4      2      2      6      4      2
--R      (1152x  + 1728x  + 648x  + 36)y(x)  + 64x  + 96x  + 36x  + 2
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|x  + 1
--R      +
--R          7      5      3      6
--R      (- 2048x  - 4096x  - 2432x  - 384x)y(x)
--R      +
--R          7      5      3      4
--R      (- 3072x  - 6144x  - 3648x  - 576x)y(x)
--R      +
--R          7      5      3      2      7      5      3
--R      (- 1152x  - 2304x  - 1368x  - 216x)y(x)  - 64x  - 128x  - 76x  - 12x
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|y(x)  + 1
--R      +
--R          6      4      2      7
--R      (- 2048x  - 3072x  - 1152x  - 64)y(x)
--R      +
--R          6      4      2      5
--R      (- 4096x  - 6144x  - 2304x  - 128)y(x)
--R      +
--R          6      4      2      3
--R      (- 2432x  - 3648x  - 1368x  - 76)y(x)
--R      +
--R          6      4      2
--R      (- 384x  - 576x  - 216x  - 12)y(x)
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2
--R      \|x  + 1
--R      +
--R          7      5      3      7
--R      (2048x  + 4096x  + 2432x  + 384x)y(x)
--R      +
--R          7      5      3      5
--R      (4096x  + 8192x  + 4864x  + 768x)y(x)
--R      +
--R          7      5      3      3      7      5      3
--R      (2432x  + 4864x  + 2888x  + 456x)y(x)  + (384x  + 768x  + 456x  + 72x)y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 85

```

```

--S 86 of 120
--Rode337 := (sqrt(y(x)**2+x**2)+x)*D(y(x),x)-y(x)
--R
--R
--R          +-----+
--R          | 2 2      ,
--R (85) (\|y(x) + x  + x)y (x) - y(x)
--R
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 86

```

```

--S 87 of 120
--Rsolve(ode337,y,x)
--R
--R
--R (86) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 87

```

```

--S 88 of 120
--Rode338 := (y(x)*sqrt(y(x)**2+x**2)+(y(x)**2-x**2)*sin(alpha)-_
--R          2*x*y(x)*cos(alpha))*D(y(x),x)+x*sqrt(y(x)**2+x**2)+_
--R          2*x*y(x)*sin(alpha)+(y(x)**2-x**2)*cos(alpha)
--R
--R
--R (87)
--R          +-----+
--R          | 2 2      2 2      ,
--R (y(x)\|y(x) + x  + (y(x) - x )sin(alpha) - 2x y(x)cos(alpha))y (x)
--R
--R +
--R          +-----+
--R          | 2 2      2 2
--R x\|y(x) + x  + 2x y(x)sin(alpha) + (y(x) - x )cos(alpha)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 88

```

```

--S 89 of 120
--Rsolve(ode338,y,x)
--R
--R
--R (88) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 89

```

```

--S 90 of 120
--Rode339 := (x*sqrt(x**2+y(x)**2+1)-y(x)*(x**2+y(x)**2))*D(y(x),x)-
--R          y(x)*sqrt(x**2+y(x)**2+1)-x*(x**2+y(x)**2)
--R
--R
--R (89)
--R          +-----+
--R          | 2 2          3 2          ,          | 2 2          +-----+
--R          (x\|y(x) + x + 1 - y(x) - x y(x))y (x) - y(x)\|y(x) + x + 1
--R
--R +
--R          2 3
--R          - x y(x) - x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 90

```

```

--S 91 of 120
--Rsolve(ode339,y,x)
--R
--R
--R (90) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 91

```

```

--S 92 of 120
--Rode340 := (e1*(x+a)/((x+a)**2+y(x)**2)**(3/2)+e2*(x-a)/_
--R          ((x-a)**2+y(x)**2)**(3/2))*D(y(x),x)-y(x)*_
--R          (e1/((x+a)**2+y(x)**2)**(3/2)+e2/((x-a)**2+y(x)**2)**(3/2))
--R
--R
--R (91)
--R          2 3          2 2          3
--R          ((e2 x - a e2)y(x) + e2 x + a e2 x - a e2 x - a e2)
--R
--R *
--R          +-----+
--R          | 2 2          2
--R          \|y(x) + x + 2a x + a
--R
--R +
--R          2 3          2 2          3
--R          ((e1 x + a e1)y(x) + e1 x - a e1 x - a e1 x + a e1)
--R
--R *
--R          +-----+
--R          | 2 2          2
--R          \|y(x) + x - 2a x + a
--R
--R *
--R          ,

```

```

--R      y (x)
--R
--R      +
--R      +-----+
--R      3      2      2      | 2 2      2
--R      (- e2 y(x) + (- e2 x - 2a e2 x - a e2)y(x))\|y(x) + x + 2a x + a
--R      +
--R      +-----+
--R      3      2      2      | 2 2      2
--R      (- e1 y(x) + (- e1 x + 2a e1 x - a e1)y(x))\|y(x) + x - 2a x + a
--R      /
--R      +-----+
--R      4      2      2      2      4      2 2      4      | 2 2      2
--R      (y(x) + (2x + 2a )y(x) + x - 2a x + a )\|y(x) + x - 2a x + a
--R      *
--R      +-----+
--R      | 2 2      2
--R      \|y(x) + x + 2a x + a
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 92

```

```

--S 93 of 120
--Rsolve(ode340,y,x)
--R
--R
--R      (92) "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 93

```

```

--S 94 of 120
--Rode341 := (x*exp(y(x))+exp(x))*D(y(x),x)+exp(y(x))+y(x)*exp(x)
--R
--R
--R      y(x)      x      ,      y(x)      x
--R      (93) (x %e + %e )y (x) + %e + y(x)%e
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 94

```

```

--S 95 of 120
--Ryx:=solve(ode341,y,x)
--R
--R
--R      y(x)      x
--R      (94) x %e + y(x)%e
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)

```

--E 95

--S 96 of 120

--Rode341expr := (x\*exp(yx)+exp(x))\*D(yx,x)+exp(yx)+yx\*exp(x)

--R

--R

--R (95)

$$\frac{((x^2 e^{y(x)} + x^2) y'(x) + x e^{y(x)} + x y(x) e^x + 1) e^{y(x)} + y(x) e^x}{(x e^{y(x)} e^x + (e^x)^2) y'(x) + (x + 1) e^{y(x)} e^x + 2y(x) (e^x)^2}$$

--R

--R +

$$\frac{x y(x) e^{y(x)} + (e^x)^2}{(x e^{y(x)} e^x + (e^x)^2) y'(x) + (x + 1) e^{y(x)} e^x + 2y(x) (e^x)^2}$$

--R

Type: Expression Integer

--E 96

--S 97 of 120

--Rode342 := x\*(3\*exp(x\*y(x))+2\*exp(-x\*y(x)))\*(x\*D(y(x),x)+y(x))+1

--R

--R

--R (96)

$$\frac{(3x^2 e^{x y(x)} + 2x^2 e^{-x y(x)}) y'(x) + 3x y(x) e^{x y(x)} + 2x y(x) e^{-x y(x)} + 1}{(3x^2 e^{x y(x)} + 2x^2 e^{-x y(x)}) y'(x) + 3x y(x) e^{x y(x)} + 2x y(x) e^{-x y(x)} + 1}$$

--R

Type: Expression Integer

--E 97

--S 98 of 120

--Ryx:=solve(ode342,y,x)

--R

--R

$$(97) \frac{x y(x)^2 (3 e^{x y(x)} + \log(x) e^{x y(x)}) - 2}{e^{x y(x)}}$$

--R

Type: Union(Expression Integer,...)

--E 98

--S 99 of 120

--Rode342expr := x\*(3\*exp(x\*yx)+2\*exp(-x\*yx))\*(x\*D(yx,x)+yx)+1

--R

--R

--R (98)





```

--S 101 of 120
--Ryx:=solve(ode343,y,x)
--R
--R
--R      - y(x)
--R      (100)  - %e      log(y(x)) - x %e      - y(x)
--R                                     + Ei(- y(x))
--R                                     Type: Union(Expression Integer,...)
--E 101

```

```

--S 102 of 120
--Rode343expr := (log(yx)+x)*D(yx,x)-1
--R
--R
--R      (101)
--R      - y(x)
--R      ((%e      log(y(x)) + x %e      )y (x) - %e      )
--R
--R      *
--R      - y(x)
--R      log(- %e      log(y(x)) - x %e      + Ei(- y(x)))
--R
--R      +
--R      - y(x)
--R      (x %e      log(y(x)) + x %e      )y (x) - x %e      - 1
--R
--R
--R                                     Type: Expression Integer
--E 102

```

```

--S 103 of 120
--Rode344 := (log(y(x))+2*x-1)*D(y(x),x)-2*y(x)
--R
--R
--R
--R      (102)  (log(y(x)) + 2x - 1)y '(x) - 2y(x)
--R
--R
--R                                     Type: Expression Integer
--E 103

```

```

--S 104 of 120
--Ryx:=solve(ode344,y,x)
--R
--R
--R
--R      - log(y(x)) - 2x
--R      (103)  -----
--R                y(x)
--R
--R                                     Type: Union(Expression Integer,...)
--E 104

```



```

--R          5 3      2      5 3      3 2      3 2
--R      4x y(x) log(y(x)) + (- 2x y(x) + 6x y(x) )log(y(x)) - x y(x)
--R      +
--R      2x y(x)
--R      *
--R      ,
--R      y (x)
--R      +
--R      2 3      2 3      2
--R      - 4x y(x) log(y(x)) + 2x y(x) - 4y(x)
--R      *
--R      2 2      2 2
--R      2x y(x) log(y(x)) - x y(x) + 2y(x)
--R      log(-----)
--R      2
--R      2x
--R      +
--R      3      ,      2 2      2 2
--R      (2x y(x)log(y(x)) + x)y (x) - 2x y(x) log(y(x)) + x y(x) - 4y(x)
--R      /
--R      2
--R      x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 108

```

```

--S 109 of 120
--Rode346 := x*(y(x)*log(x*y(x))+y(x)-a*x)*D(y(x),x)-
--R      y(x)*(a*x*log(x*y(x))-y(x)+a*x)
--R
--R      (108)
--R      2      ,      2
--R      (x y(x)log(x y(x)) + x y(x) - a x )y (x) - a x y(x)log(x y(x)) + y(x)
--R      +
--R      - a x y(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 109

```

```

--S 110 of 120
--Rsolve(ode346,y,x)
--R
--R
--R      (109) "failed"

```

--R Type: Union("failed",...)  
 --E 110

--S 111 of 120

--Rode347 := D(y(x),x)\*(1+sin(x))\*sin(y(x))+cos(x)\*(cos(y(x))-1)

--R

--R

--R

--R (110) (sin(x) + 1)sin(y(x))y'(x) + cos(x)cos(y(x)) - cos(x)

--R

--R

Type: Expression Integer

--E 111

--S 112 of 120

--Ryx:=solve(ode347,y,x)

--R

--R

--R (111)

$$\begin{aligned}
 & (-4\cos(x)^2 - 8\cos(x) - 4)\sin(x)^2 + (-8\cos(x)^2 - 16\cos(x) - 8)\sin(x) \\
 & + (-4\cos(x)^2 - 8\cos(x) - 4) \\
 & * \cos(y(x)) \\
 & + \sin(x)^5 + (-4\cos(x) - 4)\sin(x)^4 + (-6\cos(x)^2 - 12\cos(x) - 6)\sin(x)^3 \\
 & + (-4\cos(x)^3 - 12\cos(x)^2 - 12\cos(x) - 4)\sin(x)^2 \\
 & + (-\cos(x)^4 - 4\cos(x)^3 - 6\cos(x)^2 - 4\cos(x) - 1)\sin(x) \\
 & / \left( \sin(x)^5 + (4\cos(x) + 5)\sin(x)^4 + (6\cos(x)^2 + 16\cos(x) + 10)\sin(x)^3 \right. \\
 & + (4\cos(x)^3 + 18\cos(x)^2 + 24\cos(x) + 10)\sin(x)^2 \\
 & + (\cos(x)^4 + 8\cos(x)^3 + 18\cos(x)^2 + 16\cos(x) + 5)\sin(x) + \cos(x) \\
 & \left. + 4\cos(x)^3 + 6\cos(x)^2 + 4\cos(x) + 1 \right)
 \end{aligned}$$

Type: Union(Expression Integer,...)

--R  
--E 112

--S 113 of 120

--Rode347expr := D(yx,x)\*(1+sin(x))\*sin(yx)+cos(x)\*(cos(yx)-1)

--R  
--R

(112)

$$\begin{aligned}
& (-4\cos^2(x) - 8\cos(x) - 4)\sin^4(x) \\
& + (-4\cos^3(x) - 24\cos^2(x) - 36\cos(x) - 16)\sin^3(x) \\
& + (-12\cos^3(x) - 48\cos^2(x) - 60\cos(x) - 24)\sin^2(x) \\
& + (-12\cos^3(x) - 40\cos^2(x) - 44\cos(x) - 16)\sin(x) - 4\cos^3(x) \\
& - 12\cos^2(x) - 12\cos(x) - 4 \\
& * \sin(y(x))y'(x) \\
& + (-8\cos^5(x) - 8)\sin^5(x) + (8\cos^2(x) - 8\cos(x) - 16)\sin^4(x) \\
& + (-12\cos^3(x) + 12\cos(x))\sin^3(x) \\
& + (4\cos^4(x) - 28\cos^3(x) - 44\cos^2(x) + 4\cos(x) + 16)\sin^2(x) \\
& + (8\cos^4(x) - 20\cos^3(x) - 56\cos^2(x) - 20\cos(x) + 8)\sin(x) \\
& + 4\cos^4(x) - 4\cos^3(x) - 20\cos^2(x) - 12\cos(x) \\
& * \cos(y(x)) \\
& + \cos^5(x)\sin(x) + (5\cos^2(x) + 5\cos(x))\sin^4(x)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \\
& (10\cos^3(x) + 20\cos^2(x) + 10\cos(x))\sin^3(x) \\
& + \\
& (10\cos^4(x) + 30\cos^3(x) + 30\cos^2(x) + 10\cos(x))\sin^2(x) \\
& + \\
& (5\cos^5(x) + 20\cos^4(x) + 30\cos^3(x) + 20\cos^2(x) + 5\cos(x))\sin(x) \\
& + \\
& \cos^6(x) + 5\cos^5(x) + 10\cos^4(x) + 10\cos^3(x) + 5\cos^2(x) + \cos(x) \\
& * \\
& \sin \\
& (4\cos^2(x) + 8\cos(x) + 4)\sin^2(x) \\
& + \\
& (8\cos^2(x) + 16\cos(x) + 8)\sin(x) + 4\cos^2(x) + 8\cos(x) + 4 \\
& * \\
& \cos(y(x)) \\
& + \\
& \sin^5(x) + (4\cos^4(x) + 4)\sin^4(x) \\
& + \\
& (6\cos^2(x) + 12\cos(x) + 6)\sin^3(x) \\
& + \\
& (4\cos^3(x) + 12\cos^2(x) + 12\cos(x) + 4)\sin^2(x) \\
& + \\
& (\cos^4(x) + 4\cos^3(x) + 6\cos^2(x) + 4\cos(x) + 1)\sin(x) \\
& / \\
& \sin^5(x) + (4\cos^4(x) + 5)\sin^4(x) \\
& + \\
& (6\cos^2(x) + 16\cos(x) + 10)\sin^3(x) \\
& + \\
& (4\cos^3(x) + 18\cos^2(x) + 24\cos(x) + 10)\sin^2(x) \\
& + \\
& (\cos^4(x) + 8\cos^3(x) + 18\cos^2(x) + 16\cos(x) + 5)\sin(x) + \cos^4(x) \\
& +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left( 4\cos^3(x) + 6\cos^2(x) + 4\cos(x) + 1 \right) \\
& + \left( \cos^6(x)\sin(x) + (5\cos^2(x) + 6\cos(x))\sin^5(x) \right) \\
& + \left( 10\cos^3(x) + 25\cos^2(x) + 15\cos(x) \right)\sin^4(x) \\
& + \left( 10\cos^4(x) + 40\cos^3(x) + 50\cos^2(x) + 20\cos(x) \right)\sin^3(x) \\
& + \left( 5\cos^5(x) + 30\cos^4(x) + 60\cos^3(x) + 50\cos^2(x) + 15\cos(x) \right)\sin^2(x) \\
& + \left( \cos^6(x) + 10\cos^5(x) + 30\cos^4(x) + 40\cos^3(x) + 25\cos^2(x) + 6\cos(x) \right) \\
& * \sin(x) \\
& + \left( \cos^6(x) + 5\cos^5(x) + 10\cos^4(x) + 10\cos^3(x) + 5\cos^2(x) + \cos(x) \right) \\
& * \cos \\
& \left( 4\cos^2(x) + 8\cos(x) + 4 \right)\sin^2(x) \\
& + \left( 8\cos^2(x) + 16\cos(x) + 8 \right)\sin(x) + 4\cos^2(x) + 8\cos(x) + 4 \\
& * \cos(y(x)) \\
& + \sin^5(x) + (4\cos^4(x) + 4)\sin^4(x) \\
& + (6\cos^2(x) + 12\cos(x) + 6)\sin^3(x) \\
& + (4\cos^3(x) + 12\cos^2(x) + 12\cos(x) + 4)\sin^2(x) \\
& + (\cos^4(x) + 4\cos^3(x) + 6\cos^2(x) + 4\cos(x) + 1)\sin(x) \\
& / \left( \sin^5(x) + (4\cos^4(x) + 5)\sin^4(x) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (6\cos^2(x) + 16\cos(x) + 10)\sin^3(x) \\
& + (4\cos^3(x) + 18\cos^2(x) + 24\cos(x) + 10)\sin^2(x) \\
& + (\cos^4(x) + 8\cos^3(x) + 18\cos^2(x) + 16\cos(x) + 5)\sin(x) + \cos^4(x) \\
& + 4\cos^3(x) + 6\cos^2(x) + 4\cos(x) + 1 \\
& - \cos^6(x)\sin(x) + (-5\cos^2(x) - 6\cos(x))\sin^5(x) \\
& + (-10\cos^3(x) - 25\cos^2(x) - 15\cos(x))\sin^4(x) \\
& + (-10\cos^4(x) - 40\cos^3(x) - 50\cos^2(x) - 20\cos(x))\sin^3(x) \\
& + (-5\cos^5(x) - 30\cos^4(x) - 60\cos^3(x) - 50\cos^2(x) - 15\cos(x))\sin^2(x) \\
& + (-\cos^6(x) - 10\cos^5(x) - 30\cos^4(x) - 40\cos^3(x) - 25\cos^2(x) - 6\cos(x)) \\
& * \sin(x) \\
& + (-\cos^6(x) - 5\cos^5(x) - 10\cos^4(x) - 10\cos^3(x) - 5\cos^2(x) - \cos(x)) \\
& / (\sin^6(x) + (5\cos(x) + 6)\sin^5(x) + (10\cos^2(x) + 25\cos(x) + 15)\sin^4(x) \\
& + (10\cos^3(x) + 40\cos^2(x) + 50\cos(x) + 20)\sin^3(x) \\
& + (5\cos^4(x) + 30\cos^3(x) + 60\cos^2(x) + 50\cos(x) + 15)\sin^2(x) \\
& + (\cos^5(x) + 10\cos^4(x) + 30\cos^3(x) + 40\cos^2(x) + 25\cos(x) + 6)\sin(x) \\
& + \cos^5(x) + 4\cos^4(x) + 3\cos^3(x) + 2\cos^2(x)
\end{aligned}$$



```

--R      cos(x) + 5cos(x) + 10cos(x) + 10cos(x) + 5cos(x) + 1
--R                                          Type: Expression Integer
--E 113

```

```

--S 114 of 120
--Rode348 := (x*cos(y(x))+sin(x))*D(y(x),x)+y(x)*cos(x)+sin(y(x))
--R
--R
--R
--R      (113) (x cos(y(x)) + sin(x))y'(x) + sin(y(x)) + y(x)cos(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 114

```

```

--S 115 of 120
--Ryx:=solve(ode348,y,x)
--R
--R
--R      (114) x sin(y(x)) + y(x)sin(x)
--R
--R                                          Type: Union(Expression Integer,...)
--E 115

```

```

--S 116 of 120
--Rode348expr := (x*cos(yx)+sin(x))*D(yx,x)+yx*cos(x)+sin(yx)
--R
--R
--R      (115)
--R      sin(x sin(y(x)) + y(x)sin(x))
--R      +
--R      2
--R      ((x cos(y(x)) + x sin(x))y'(x) + x sin(y(x)) + x y(x)cos(x))
--R      *
--R      cos(x sin(y(x)) + y(x)sin(x))
--R      +
--R      (x sin(x)cos(y(x)) + sin(x) )y'(x) + (sin(x) + x cos(x))sin(y(x))
--R      +
--R      2y(x)cos(x)sin(x)
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 116

```

```

--S 117 of 120
--Rode349 := x*D(y(x),x)*cot(y(x)/x)+2*x*sin(y(x)/x)-y(x)*cot(y(x)/x)
--R

```

```

--R
--R      y(x)      ,      y(x)      y(x)
--R      (116)  x cot(----)y (x) + 2x sin(----) - y(x)cot(----)
--R              x              x              x
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 117

```

```

--S 118 of 120
--Rsolve(ode349,y,x)
--R
--R
--R      (117)  "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 118

```

```

--S 119 of 120
--Rode350 := D(y(x),x)*cos(y(x))-cos(x)*sin(y(x))**2-sin(y(x))
--R
--R
--R      (118)  cos(y(x))y (x) - cos(x)sin(y(x))2 - sin(y(x))
--R
--R                                          Type: Expression Integer
--E 119

```

```

--S 120 of 120
--Rsolve(ode350,y,x)
--R
--R
--R      (119)  "failed"
--R
--R                                          Type: Union("failed",...)
--E 120

```

```

)spool
)lisp (bye)

```

## References

- [1] <http://www.cs.uwaterloo.ca/~ecterrab/odetools.html>